А. Б. Сосинский

КАК НАПИСАТЬ МАТЕМАТИЧЕСКУЮ СТАТЬЮ ПО-АНГЛИЙСКИ

Москва «Факториал» 1998

ББК 81.2 Англ
С 66

С 66 **Сосинский А. Б.** Как написать математическую статью по-английски. — М.: Изд-во «Факториал», 1997. — 112 с. — ISBN 5-88688-032-1.

В пособии излагаются основные принципы перевода математических текстов на английский язык. Книга выдержала несколько изданий. Работа с ней позволяет достичь уровня владения английским языком, способного обеспечить практическое использование его в профессиональной деятельности.

Для студентов и аспирантов математических специальностей университетов, институтов, а также всех изучающих язык самостоятельно.

Научное издание

Сосинский Алексей Брониславович

Как написать математическую статью по-английски

Формат 60 × 90/16. Гарнитура литературная. Усл. печ. л. 7. Подписано к печати 23.3.1998. Тираж 1000 экз. Заказ № 26.

Издательство «Факториал», 117449, Москва, а/я 331; ЛР № 063537 от 22.07.1994.

Отпечатано при содействии ООО «ТКД Фотопак». 129128, Москва, пр-т Мира, 192.

ISBN 5-88688-032-1

"Well", said Owl, "the customary procedure in such cases is as follows."

"What does Crustimoney Proseedcake mean?" said Pooh. "For I am a Bear of Very Little Brain, and long words Bother me."

"It means the thing to do."

A. A. Milne

— Ну, — сказала Сова, — обычная процедура в таких случаях нижеследующая ...

— Что значит Бычья Цедура? — сказал Пух. — Ты не забывай, что у меня в голове опилки и длинные слова меня только огорчают.

— Ну, это означает то, что надо делать.

Б. Заходер

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эта небольшая книга предназначена в первую очередь для русскоязычных математиков и отвечает на поставленный в ее названии вопрос. Автор убежден, что любой русскоязычный математик, проработавший ее, сможет после этого написать английский текст своей очередной математической работы, пригодный для публикации в западном журнале или сборнике, даже если он до этого «совсем не знал» английского языка (например, изучал в школе немецкий). Я предполагаю, правда, что читатель владеет в какой-то мере терминологией в своей области и что ему приходилось разбирать (пусть со словарем) статьи на английском языке по своей специальности.

Другой важной предпосылкой успешного использования этой книги является готовность читателя творчески подойти к языковым вопросам, готовность пользоваться «математической частью» своих мозгов не только для доказательства теорем, но и для создания текста, описывающего эти доказательства. В этом отношении особенно трудно будет читателю, считающему, что он неплохо знает язык, легко понимающему статьи по специальности и книжки Агаты Кристи, получавшему пятерки по английскому языку в школьные, студенческие и аспирантские годы.

Такому читателю будет очень трудно избавиться от ошибочных стереотипов псевдо-грамматического мышления, характерного для обучения *Moscow English*, которому он столько лет подвергался. «*Ломке стереотипов*» посвящена вся первая глава книги («Как не надо») и, в какой-то степени, вторая глава («Общие принципы»). Читатель тщетно будет искать среди общих принципов грамматические правила английского языка. Подчеркну, что книга никоим образом не является ни учебником английского языка, ни учебником английского математического языка, ни даже пособием по переводу математических текстов — она преследует узкую, практическую цель: научить писать математические статьи по-английски* по придуманной мною методике. Основные идеи этой методики и изложены во второй главе.

Третья же глава содержит описание конкретных оборотов, используемых в тех или иных математических ситуациях. Книга завершается тремя приложениями справочного характера, позволяющими читателю в процессе написания статьи быстро найти нужный ему оборот или строение фразы. Есть и четвертое приложение: образец математического текста, написанного по нашей методике.

Звездочка после номера параграфа означает, что его можно опустить при первом чтении.

Хочу отметить, что предлагаемый здесь подход — крайне нетрадиционен и, по-видимому, противоречит всем представлениям читателя на сей счет. Не лишним поэтому будет краткое описание истоков предлагаемой методики. Автор, выпускник Нью-Йоркского и Московского университетов, математик-исследователь по специальности, одинаково хорошо (или плохо) владеет английским и русским ярыками, вот уже 30 лет переводит математические книги и статьи с русского на английский (для западных издательств), а в настоящее время возглавляет

---

* а точнее, по-американски — в книге всюду используется американское, а не британское правописание: *center* (а не *centre*), *neighborhood* (а не *neighbourhood*) и т. п.

службы переводчиков в серии русско-английских математических переводов под эгидой Американского Математического Общества. Описанный здесь подход разработан исходя из этого опыта, а также основан на работах автора по компьютерной лингвистике (машинному переводу).

Я благодарен В. Борщеву, инициатору идеи написания этой книги, Б. Комракову, постоянно подталкивавшему меня в работе над ней, Б. Амосову за TEXредовскую работу, Н. Кульману за конструктивную критику, и особенно М. Виноградову за моральную и TEXническую поддержку.

В течение тридцати лет жизни в Москве автора постоянно преследовали его коллеги, друзья и знакомые с просьбами о переводе их статей на английский (или, что еще хуже, о редактировании переводов). Этим невольным вдохновителям и соавторам (особенно я им обязан за первую главу) и посвящается эта книга — with a vengence. Теперь, когда она выйдет, на новые просьбы о переводах у меня будет ответ: «Вот есть книга — купите ее!»

Глава I

КАК НЕ НАДО

В этой главе автор пытается помочь читателю освободиться от ошибочных стереотипов, связанных с изучением Moscow English, и объективно оценить свои познания в английском математическом языке.

§ 1. Авторский перевод

Чаще всего автор статьи, имея за плечами малоуспешный, но зато многолетний опыт изучения английского языка (в школе, в вузе, в аспирантуре), часто читая литературу по своей специальности на английском, отваживается самостоятельно перевести свою статью. Перед ним русский текст статьи, общелексический русско-английский словарь, ручка и бумага. Вводная часть статьи дается с трудом (приходится много смотреть в словарь), но затем начинается основной математический текст и дело спорится. Фраза за фразой, слово за словом рождается английский текст, удовлетворяющий автора.

Однако, как правило, результат **катастрофически плох.**

Вводная часть, в лучшем случае, вызовет у рецензента, англоязычного математика, ироническую улыбку, а основной текст он быстро перестает читать: какую-то часть неуклюжих конструкций ему удается понять, но в других местах смысл ускользает, местами он натыкается на чушь или очевидные математические ошибки, и только если он очень заинтересован (например, знает, что автор — математик высокого класса), рецензент дойдет до расшифровки основных результатов.

Автор получает вежливый отказ: «Your paper seems to be interesting, but your English requires revision by a native English-speaking mathematician».

Чтобы не быть голословным, попробую привести конкретный пример. Представим себе, что статья содержит следующий кусок текста:

Назовем допустимым узлом PL-вложение $f\colon \mathbb{R}^1 \hookrightarrow \mathbb{R}^3$, *если образ* $f(\mathbb{R}^1)$ *асимптотически стремится к прямой* $x = y = z$ *при* $t \to \pm\infty$, $t \in \mathbb{R}^1$. *В дальнейшем рассматриваются только допустимые узлы. Каждому (допустимому) узлу мы ставим в соответствие элемент* $I(f)$ *группы когомологий* $H^1(E)$ *пространства* E *функций ограниченной вариации, которое определено ниже.*

Наш среднестатистический автор переведет этот текст примерно следующим образом:

Let us call the admissible knot a PL-embedding $f\colon \mathbb{R}^1 \hookrightarrow \mathbb{R}^3$, *if an image* $f(\mathbb{R}^1)$ *asymptotically tends to a line* $x = y = z$ *for* $t \to \pm\infty$, $t \in \mathbb{R}^1$. *In the further text considered only are the admissible knots. To every (admissible) knot we put in correspondence the element* $I(f)$ *of a cohomology group* $H^1(E)$ *of the space of the functions of bounded variation, which is defined below.*

Упражнение 1. Не заглядывая дальше, внимательно прочитайте этот перевод, отметьте ошибки, посчитайте их, укажите, как их надо исправить, и оцените уровень перевода.

Если перевод в целом вам показался «приличным», то ваш собственный уровень как переводчика ниже всякой критики: дело в том, что предложенный перевод как раз «катастрофически плох». В его трех фразах я насчитал 20 ошибок, в том числе 3 грубые смысловые ошибки, 10 неправильно поставленных артиклей, 1 неправильно выбранный союз, 1 лишняя запятая, 3 несуществующих оборота и 1 стилистическая ошибка. Орфографических, грамматических и терминологических ошибок нет.

Разберем ошибки подробнее. Сначала смысловые. Первое предложение основано на кальке с русской конструкции *назовем так-то что-то, если ...*, не имеющей аналога в английском языке; в результате в английском тексте определяемое понятие – не *admissible knot*, а *PL-embedding*, в то время как по смыслу должно быть наоборот. Проще всего перевод исправить так: *Let us call a PL-embedding* $f\colon \mathbb{R}^1 \hookrightarrow \mathbb{R}^3$ *an admissible knot if ...*, хотя на самом деле и этот оборот не очень хорош. О том, как лучше давать определения по-английски, сказано в § 21.

Вторая смысловая ошибка (менее существенная) относится ко второй фразе: в результате «не английского» порядка слов слово *considered* подчиняется слову *text*, а не слову *knot* (рассматривается текст, а не узлы). О порядке слов см. §§ 6 и 14.

Третья смысловая ошибка связана с «потерей управления» при переводе *которое* $\to$ *which*. В русском тексте *которое* (средний род) замещает существительное среднего рода *пространство*, в то время как по-английски *which* (не имеющее рода) можно отнести как к слову *space*, так и к словам *group* и *element*. О том, как бороться с ошибками, связанными с употреблением слова *which*, см. § 15.

Теперь об артиклях. Они все поставлены неверно. Всюду, где *a* – – требуется *the*. Все *the* (кроме двух, стоящих перед словами *functions* и *admissible*, где артиклей вообще не нужно) следует заменить на *a*. Правильному употреблению артиклей в математических текстах на самом деле не так трудно обучиться, как многие думают. Этой теме посвящены §§ 9, 10 главы II.

О других ошибках. В первом предложении *for* нужно заменить на *as*, перед *if* убрать запятую. Во втором используется несуществующий оборот* *In the further text*, а далее выбран

* Этот оборот не противоречит известным правилам грамматики, но так

неправильный порядок слов. Второе предложение можно перевести, например, так: *In the sequel, only admissible knots are considered*. В третьем предложении содержится то, что мы назвали «стилистической ошибкой» — четырехкратное наслоение союза *of* (как бороться с многократными *of*, рассказано в § 17).

В этом же предложении есть еще один неанглийский оборот *we put in correspondence* (можно, например, *we assign*; в § 25 рассказано, как описывать построение соответствий и отображений). Запятая перед *which* — лишняя (о запятых в английском математическом тексте сказано в § 11, а также в § 16*).

Теперь читатель может подвести итог и оценить свой уровень. Если вы нашли 17 или более из указанных 20 ошибок и сумели их (хорошо) исправить, то вам эта брошюра не очень нужна. Уровень от 11 до 17 ставит вас как переводчика несколько выше среднего русскоязычного математика; я советую внимательно пролистать эту книгу, останавливаясь лишь там, где вы это сочтете нужным, а затем пользоваться ей как справочником. Если ваш уровень 10 и ниже, эта книга — для вас; советую подробно (с карандашом и бумагой, выполняя упражнения) проработать следующую главу.

В некотором смысле положение читателя, очень плохо справившегося с первым упражнением, здесь предпочтительно: он не отягощен ненужными представлениями о «грамматике английского языка» и другими вредными последствиями изучения *Moscow English*, ему легче будет принять предлагаемую нами методику написания статей. Как указано во введении, пользуясь этой книгой, хороший математик, совсем не знающий язык (но знакомый со специальной терминологией в своей области), сможет написать вполне приличный текст своей работы по-английски.

просто не говорят; если убрать артикль, выражение *in further text* иногда допустимо, но плохо смотрится в начале фразы; здесь лучше *further on, below, in the sequel*.

С другой стороны, наша цель **только в этом** и состоит: эта книга не ставит себе более общих целей, в частности, **не** является ни учебником английского языка, ни учебником английского математического языка, ни даже пособием для переводчиков математических текстов (хотя и может оказаться им полезной).

§ 2. Перевод «профессионального переводчика»

Иногда авторы математических текстов обращаются за помощью к местным «профессиональным переводчикам», выпускникам наших инязов и гуманитарных факультетов. Как правило, это люди, имеющие опыт перевода «в другую сторону» (англо-русский перевод технического текста, выполняемый на неплохом уровне), но не имеющие опыта работы (обратной связи) с западными англоязычными издательствами, и поэтому искренне заблуждающиеся в оценках своих возможностей в русско-английском переводе.

При этом результат обычно получается хуже среднего авторского — нарушена одна из основных аксиом перевода: переводчик не понимает смысла переводимого текста. Гуманитарный человек, естественно, не улавливает семантику исходной математической фразы и выполняет перевод «пословно», перемежая его английскими идиомами (часто невпопад) и сложными грамматическими оборотами, столь популярными в инязовском преподавании, но неуместными в математических текстах.

Приведу пример «из жизни»: *We see that an algebraic manifold V is the linearly connected compact. Call the primitive manifold V the solution set of the irreducible algebraic equation or system.* (...) *The right member rises to vertical action in the fibre space* ...

Можно, конечно, смириться с тем, что здесь имеются четыре терминологические ошибки (нужно *variety* вместо *algebraic manifold*, *arcwise* вместо *linearly*, *compact set*) вместо *compact*, *lifts* вместо *rises* — их может исправить автор. Но вряд ли автор исправит артикли в первом предложении (оба неверны!) и поэтому не заметит грубую математическую ошибку (ведь там сказано, по существу, что все алгебраические многообразия компактны!). И во второй фразе он скорее всего доверится переводчику и не поставит под вопрос несуществующую конструкцию (*call the ... the ...*); англоязычный же читатель не поймет, какой термин определяется — *primitive manifold* или *solution set*? Что же касается третьей фразы, то автор вряд ли станет ее править, а любой американец расхохочется в голос, читая ее. Дело в том, что русская фраза *Правая часть поднимается до вертикального действия в расслоении ...* вполне безобидна, в то время как соответствующая английская калька совершенно неприлична, вследствие неудачного (но формально правильного) перевода *часть* → *member* и ошибочного перевода *поднимается* → *rises*.

Не все профессиональные переводы, конечно, столь неудачны. В больших математических центрах бывшего СССР имеются вполне квалифицированные переводчики математических текстов на английский язык, занимающиеся этим ремеслом достаточно успешно. Но их немного, и, главное, они, как правило, работают на западные издательства за западные гонорары, и потому их труд не по карману даже российским академикам.

§ 3. Авторский перевод с редактированием

Значительно более разумный подход к решению задачи математического перевода — самому перевести свою статью, а затем дать ее редактировать человеку, «знающему английский язык». Это дает удовлетворительный результат при условии, что редактор подобран удачно.

Категорически не следует обращаться для этой цели к выпускникам наших языковых вузов или факультетов: они хотя и могут где-то внести разумную стилистическую и грамматическую правку, но не заметят ваших смысловых ошибок и могут внести свои, новые. Естественные носители английского языка, не знающие математики, тоже плохо сделают эту работу.

Идеальный редактор — англоязычный коллега, специалист в вашей области. Если уровень вашего перевода достаточно высок, он сможет «подчистить» статью заочно, без вашей помощи, однако скорее всего ему потребуется обратная связь. Так или иначе, в наши дни, когда поездки «конвертируемых математиков» (выражение С. П. Новикова) стали обычным явлением, такой способ бывает доступен. Но все же лучше создать хороший английский текст самому. Это не так трудно — читайте главы II и III.

§ 4*. Подборка характерных ошибок

Здесь приводится список наиболее часто встречающихся ошибок при переводе математических текстов, основанный на моем печальном 30-летнем опыте чтения и редактирования таких опусов. Этот параграф читать сейчас не обязательно, если вы готовы обучаться по предложенной методике. Если же, прочитав § 1, вы все еще сомневаетесь в оценке уровня своего перевода, чтение настоящего § 4 очень рекомендуется. Возможно, при этом вам придется выполнять упражнения дважды (второй раз после проработки глав II и III).

Список мы даем в виде конкретных примеров, сразу на английском языке. Читатель легко восстановит русский оригинал каждой фразы (пословным обратным переводом). Сразу после примера мы поясняем, в чем состоит ошибка. (Закрывая эти пояснения подвижным листком бумаги, читатель может попробовать самостоятельно найти эти ошибки — это полезное, но не обязательное упражнение.)

1) *Let G is an Abelian group.* Не ***is***, а ***be*** (позорная, но часто встречающаяся ошибка!).

2) *Let B has the singularity in the point $v \in V$.* Не ***has***, а ***have***; не ***the***, а ***a***; не ***in***, а ***at***.

3) *Suppose that the sequence $\{a_n\}$ tend to A when $n \to \infty$.* Не ***tend***, а ***tends***; не ***when***, а ***as***.

4) *Now we can to prove the Theorem* 3.5. Не нужно ни ***to*** (грубейшая ошибка!), ни ***the*** (это более тонкий вопрос).

5) *To establish Lemma* 2.1, *we must to prove* (2.5). Не нужно второго ***to***!

6) *We now prove the Lagrange's theorem.* Так нельзя обращаться с ***'s***; нужно либо ***the Lagrange theorem***, либо ***Lagrange's theorem*** (без артикля).

7) *There is a strong algebraic geometry school in the Moscow.* Убрать этот кошмарный ***the*** перед именем собственным!

8) *Now we use the singular homology theory of the space* $\Lambda^k X$ *which will be constructed in section* 3. ***Which*** — это что? Что будет *constructed* — теория или само пространство $\Lambda^k X$? Если по-русски было *которая* — значит, теория, и тогда вместо «*which*» можно написать «*this theory*».

9) *Take any element* $x \in X_0$, *such that* $x > x_0$. Запятая лишняя (грубая ошибка).

10) *Suppose G is the group, that was considered in* § 2. Опять лишняя запятая!

11) *Therefore we must suppose that there is the necessity of generalization of the method of bifurcation diagrams of V. I. Arnold.* Нельзя так много ***of***'ов и столько бессодержательных существительных! Нужно проще, например: *Hence V. I. Arnold's bifurcation diagram method must be generalized.* Заметим, что исходная русская фраза (которая лично мне очень не нравится) вполне характерна для наших математических текстов и у большинства читателей не вызовет раздражения: *Таким образом, мы приходим к выводу о необходимости обобщения метода бифуркационных диаграмм В. И. Арнольда.*

12) *For f take the constructed previously function* $\phi_{2,1}$. Нелогичный (не английский) порядок слов. Нужно: *For f, take the function* $\phi_{2,1}$ *constructed previously.* Или: *Take the function* $\phi_{2,1}$, *constructed previously, for f.*

13) *The set* $\{a_1, \dots, a_n\}$ *generates in the complex case the demanded subalgebra.* Не английский порядок слов («прямое

дополнение должно идти сразу после глагола»), вместо ***demanded*** нужно ***required***. Можно так: *In the complex case, the set* $\{a_1, \ldots, a_n\}$ *generates the required subalgebra.*

14) *There exists the unique* $x \in \mathbb{R}$ *such that* $f(x) = y$. Увы, здесь вместо ***the*** нужно ***a*** (хотя это может вам показаться нелогичным!).

15) *Suppose* x *is a point in the Euclidean space.* Опять ***the*** не нужен.

16) *We remind that* X *is compact.* Этот ***remind*** здесь ужасен! Нужно ***recall***.

17) *Glue the handle* H *to the boundary of* W. Гораздо лучше не ***glue***, а ***attach***.

18) W_1 *is the space of generalized functions.* Англоязычные математики как правило не признают выражения ***generalized functions***, которое всречается в основном в статьях, переведенных с русского. Нужно ***distributions***.

19) *Let* $\vec{a}$ *be a proper vector of the operator* A. Никаких ***proper vectors*** по английски не бывает, а бывают ***eigenvectors***, а также ***eigenvalues***.

20) *A Mersenne number is a simple number of the form ...* Нужно не ***simple***, а ***prime***. Но зато *простая группа* переводится ***simple group***. Нужно знать терминологию!

21) *Let* K *be a compact in* $\mathbb{R}^n$. Слово ***compact*** — всегда прилагательное! Здесь нужно ***compact set*** или ***compact subset***.

22) *The elder coefficient is nonzero.* Вместо ***elder*** (буквальный перевод слова *старший*) нужно ***leading***.

23) *Let* V *be a variety of the finite dimension.* ***The*** здесь недопустимо — в этом месте никакого артикля не нужно!

24) *Consider the extension of* f *on* X. Нужно не ***on***, а ***to***.

25) *The space* X *is linearly connected.* Такого термина нет: вместо ***linearly*** нужно ***arcwise***.

26) *In this paragraph we prove some auxilliary lemmas.* ***Paragraph*** — это вовсе не параграф, а абзац. Здесь нужно ***section*** или ***subsection***.

27) *Let us introduce the following notations.* Здесь нужно ***notation*** (в единственном числе), даже если вы будете вводить очень много разных обозначений.

28) *This theorem is well-known.* Здесь нужно ***well known*** (без дефиса), в отличие от фразы *This well-known theorem is proved in* [3], где ***well-known*** является прилагательным (характеристикой, см. § 8).

29) *The definition of multiplication is correct.* Слово ***correct*** означает правильно, а не корректно. Нужно *The product is* ***well defined***.

30) *We have to prove that F is compact.* Намного лучше ***we must prove***; *have to prove* означает что-то вроде *мы вынуждены доказать.*

31) *Then n equals to 5.* Можно n ***equals*** 5 или n ***is equal to*** 5, но ни в коем случае нельзя *equals*.

32) *So A is linear; it means that* ... Не ***it***, а ***this***. Слово *it* относится к **объектам**, а *this* к утверждениям («ссылкам», см. § 8).

Упражнение 2. Переведите на английский язык.

1) Пусть x — точка плоскости.

2) Рассмотрим гиперплоскость в пространстве $\mathbb{R}^n$, которая содержит точки $a_1, \ldots, a_k$.

3) При $n \to \infty$ последовательность $\{f_n(x)\}$ стремится к нулю в точке $x = x_0$.

4) Мы можем доказать эту гипотезу только для самосопряженных операторов.

5) Применим масловский метод комплексной фазы.

6) Множество X — компакт.

7) В этой ситуации целесообразно искать возможность распространить метод сеток поиска приближенного решения уравнений в частных производных второго порядка квази-однородного типа на более общий случай уравнения (3.7).

8) Предположим, что группа G разрешима.

Глава II

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ

В этой главе, минуя традиционную «грамматику английского языка», мы объясняем основные идеи, лежащие в основе предлагаемой книги.

§ 5. Главное — не переводите, а пересказывайте!

Основная идея предлагаемой методики — не переводить русский текст статьи, а излагать свою работу непосредственно на английском языке, пользуясь только теми оборотами и конструкциями, в которых вы уверены.

Замечательное свойство математических текстов постбурбаковской эпохи состоит в том, что любая математическая теория излагается с помощью очень ограниченного набора стандартных оборотов.

Сколько нужно знать таких оборотов? Отвечаю по-английски: that depends. Например, начиная читать (по-английски) факультативный спецкурс в МИЭМе для студентов, от которых не требовалось знания английского языка, автор в течение первого получаса пользовался только тремя оборотами:

(термин) [.],

(термин) ***is a*** (термин) [.],

(термины) ***are*** (термины) [.],

четырьмя вводными словами (*suppose, then, here, further*), четырьмя разделительными выражениями (*such that, if, and,* *where*), одной присказкой (*Is that clear?*) и одним универсальным ответом на все вопросы (*Never mind*).

Начало лекции выглядело примерно так:

Definition. A *manifold* is a pair $(M, \mathcal{A})$, where M is a topological space and $\mathcal{A}$ is an atlas; here an *atlas* $\mathcal{A}$ is a set $\mathcal{A} = \{f_\alpha : U_\alpha \to \mathbb{R}^n\}$ such that

(i) $U_\alpha \subset M$ is an open set;

(ii) f_α is a homeomorphism;

(iii) $\bigcup\limits_{\alpha \in J} U_\alpha = M$.

Examples:

1) M is $\mathbb{R}^n$ and $\mathcal{A} = \{\mathrm{id} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n\}$.

2) M is a sphere (S^n) and

$$\mathcal{A} = \{p_i : S^n - n_i \to \mathbb{R}^n_i,\ i = 1, 2\};$$

here p_1, p_2 are stereographic projections.

(Здесь на доске была нарисована соответствующая картинка.)

Is that clear?

Definitions. Suppose $(M, \mathcal{A})$ is a manifold and $\alpha, \beta \in J$; then $f_\alpha \circ f_\beta^{-1} = t_{\alpha,\beta}$ is a *transition function*. Further, $(M, \mathcal{A})$ is a *smooth* manifold, if $\forall \alpha, \beta \in J$, $t_{\alpha,\beta} \in C^\infty(\mathbb{R}^n)$, where $C^\infty(\mathbb{R}^n) = \{f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n \mid f$ is an infinitely differentiable map$\}$.

Suppose ...

Далее лекция продолжалась в том же духе. В конце первого получаса формулировалась (в пределах все того же скудного языкового материала) теорема Уитни:

Theorem [Whitney, 1921]. *Suppose M is a smooth manifold and* $\dim M = n$. *Then there is a smooth embedding $N \hookrightarrow \mathbb{R}^{2n+1}$ such that M and N are diffeomorphic manifolds.*

Конечно, пользуясь всего тремя оборотами (а, по существу, практически одним!), далеко не уедешь. В том спецкурсе, разумеется, репертуар используемых оборотов постепенно расширялся, но в первых трех лекциях не превысил полутора десятков.

Чтобы написать приличный текст статьи, обычно можно обойтись 20–50 повторяющимися конструкциями, если их разбавлять достаточным (> 20) количеством вводных слов и выражений. Если ваш активный репертуар оборотов невелик, вам придется затратить больше математических усилий, загоняя то, что вы хотите сказать, в рамки скудного запаса выразительных средств. Текст получится несколько однообразным, но зато понятным. (Кстати, в этой ситуации процесс его подготовки иногда способствует нахождению математических ошибок.)

Если ваш репертуар оборотов основателен, думать по существу придется меньше, работа пойдет быстрее, текст получится более разнообразным. Но здесь таится опасность — если оборотов очень много, теряется четкая уверенность в их правильности, появляются несуществующие конструкции (обычно кальки с русского, которые, как вам ошибочно кажется, вы где-то видели по-английски).

Число необходимых (и достаточных) оборотов зависит также от характера излагаемого математического материала: если в основном проводятся вычисления и преобразования формул, то конструкций нужно совсем немного, в алгебре или теории категорий их нужно побольше, сложней приходится в геометрии, геометрической топологии и математической физике.

В этой книге приводится более 100 стандартных оборотов. Нет необходимости их все запоминать, достаточно освоить штук 20–30 основных и к ним добавлять «по вкусу» еще столько же, выбирая их в зависимости от тематики вашей работы.

Прежде чем перейти к более формальному описанию того, что мы назвали стандартными оборотами, мы хотим подчеркнуть некоторые принципиальные различия между русским и английским языком.

§ 6. Еще раз о пословном переводе

Одно из главных различий между русским и английским языками — наличие падежей в первом и их отсутствие во втором. Другая важная особенность русского языка, отличающая его от английского, — это большая изменяемость слов (суффиксы, окончания, спряжение) по числу, роду, падежу и пр.

Это два обстоятельства придают русскому языку бóльшую гибкость, бóльшую свободу в управлении, позволяют разнообразить порядок слов и придаточных предложений. Напротив, в английском порядок слов (и частей фразы) значительно более жесткий – чаще всего английское предложение в научном тексте строится по схеме:

вводное слово → подлежащее → сказуемое →
→ прямое дополнение → другие дополнения

К тому же английский язык более активный, он очень плохо переносит отглагольные существительные и бессодержательные слова-заполнители, конструкции вроде «появляется возможность рассмотрения», «настоятельная необходимость построения методов исследования» и т.п.

Эти языковые особенности приводят к тому, что при пословном переводе русского математического текста на английский (при полном соблюдении так называемых «правил грамматики английского языка») получается чрезвычайно тяжеловесный, в сущности нечитаемый, не английский текст. Более того, как мы видели выше, часто «теряется управление», и как следствие возникают серьезные смысловые ошибки.

При желании оставаться как можно ближе к русскому тексту, в частности, соблюдать общую структуру фразы и, по возможности, порядок слов, приходится передавать функции падежных окончаний каким-то другим грамматическим механизмам, свойственным английскому языку. Основной используемый механизм — употребление словечек (предлогов), в частности

of, in, on, at, for, under, from, over.

Эти словечки должны появляться и при переводе русских предлогов (в, на, от, при, для, под, над). Трудность здесь состоит в том, что человек, не являющийся носителем английского языка, не знает, какие именно «словечки» нужны в той или иной ситуации. Почему-то по-английски говорится ***under*** *the mapping*, но ***as*** $n \to \infty$, в то время как по-русски здесь в обоих случаях ***при***, *группа преобразований* переводится как *transformation group*, а вот *система уравнений* — как *system of equations*. Как постичь это нелегкое искусство? Неужели для написания хорошего математического текста нужно держать в памяти тысячи и тысячи конкретных правильных конструкций с предлогами?

К счастью, без этого можно обойтись. В используемых нами оборотах мы избегаем, по возможности, конструкций с предлогами, обходясь более простыми построениями. Наиболее часто употребляемые обороты с привлечением предлогов (например, словосочетание *ограничение на пространство*) сведены в специальное дополнение (Приложение III). Кроме того, порядок слов в предлагаемых здесь оборотах — вполне английский, в них отсутствуют «управляющие связи» между различными частями предложений (см. по этому поводу § 15).

Итак, не перевод, а пересказ. А пересказ основывается на стандартных оборотах — штампах.

§ 7. Математические штампы

Математический **штамп** — это заготовка для создания однотипных математических высказываний; заготовка состоит из текста с пробелами для переменных слов (или словосочетаний); заполняя эти пробелы словами надлежащего типа, вы можете превращать штамп в конкретные математические высказывания.

Предъявляя штамп, мы будем указывать в угловых скобках тип переменных слов (словосочетаний), которые можно вставить в каждый пробел. Например, один из самых ходовых штампов

THE ⟨термин⟩ IS ⟨характеристика⟩

имеет два пробела, типа *термин* и *характеристика*, и порождает такие математические обороты как
The *function f* ***is*** *continuous.*
The *manifold M* ***is*** *smooth.*

Мы различаем всего три типа переменных слов (словосочетаний): кроме двух названных бывают еще и *ссылки*. Тип *ссылка* появляется, например, в таком популярном штампе:

⟨ссылка⟩ FOLLOWS FROM ⟨ссылка⟩

Он порождает, например, такие обороты:
Theorem 2.1 ***follows from*** *Poincaré duality.*
The last statement ***follows from*** *Lemma* 3.2.

Приведем еще несколько часто встречающихся штампов, вместе с примерами их заполнения.

FOR ANY ⟨термин⟩ THERE EXISTS A ⟨термин⟩

For any *natural number* ***there exists a*** *successor.*
For any *projective space* $\mathbb{R}P^n$ ***there exists a*** *smooth embedding* $\mathbb{R}P^n \subset \mathbb{R}^{2n}$.

Целую серию штампов можно получить на основе бинарных отношений, таких как ***is, has, gives, is contained in, is isomorphic to, coincides with, generates, contains, spans*** и т. д.

Например,

THE ⟨термин⟩ CONTAINS A ⟨термин⟩

The *algebra $sl(n)$* ***contains a*** *primitive subalgebra.*
The *space X* ***contains a*** *dense ε-net.*

В штампе может быть и более двух переменных слов, как, например, в популярном в алгебре штампе

THE SET OF ALL ⟨термины⟩ IS A ⟨термин⟩ WITH RESPECT TO THE ⟨термин⟩

The set of all *integers* ***is a*** *group* ***with respect to the*** *sum operation.*
The set of all *square integrable functions* ***is a*** *Banach space* ***with respect to the*** *norm* $\|f\| = \left(\int f^2 dx\right)^{1/2}$.

В роли переменного слова могут выступать математические символы или формулы, например,
For any $x \in (0,1)$ ***there exists a*** $y > x$, $y \in (0,1)$.
(I) $\Rightarrow$ (II) ***follows from*** (2.7).

Имеются штампы, в которых некоторые пустые места обязательно должны заполняться символами, например,

DENOTE BY ⟨символ⟩ ANY ⟨термин⟩

Denote by x ***any*** *element of* X.
Denote by r ***any*** *positive number.*

Закончим этот краткий список штампов примером, часто используемым при формулировке определений. Мы видели, что определения — тонкое место, в котором русскоязычный автор чаще всего использует «лже-штампы» — придуманные им самим английские кальки русских конструкций, неловко звучащие или непонятные англоязычному читателю. Приведем пример «хорошего» штампа:

ANY ⟨термин⟩ IS CALLED ⟨характеристика⟩

Any *element* $x \in K_+$ ***is called*** *positive.*
Any *map* $f \in C^\infty(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ ***is called*** *smooth.*

В заключение этого параграфа — два замечания.

Первое. Часть приведенных штампов чаще всего появляется не самостоятельно, а как часть более сложных конструкций. Например, последние два штампа естественно продолжаются так:

Denote by G ***any*** *group* ***such that*** ...

Any *map* $i\colon X \to X$ ***is called*** *involutive* ***if*** ...

Мы не предлагаем в этой книге никаких длинных штампов; длинные фразы можно получить, комбинируя наши короткие штампы с помощью так называемых разделителей. Об этом рассказано в § 11.

Второе. Читатель, возможно, заметив артикли, появляющиеся в некоторых штампах, задавал себе вопрос — почему ***the***, а не ***a*** (или наоборот)? Этот вопрос мы обсудим в §§ 9–10.

Упражнение 3. Используйте каждый из штампов § 7 для создания математического высказывания по вашей специальности.

Упражнение 4. Перескажите по-английски следующий математический текст, используя только обороты, основанные на семи штампах, указанных выше, вводные слова *suppose, then* и слова-разделители *such that, if, where*.

Пусть $k\colon S^1 \to \mathbb{R}^3$ *— гладкий узел. Обозначим через* ϕ *отображение* $S^1 \to G(1,3)$, *посылающее каждую точку* $s \in k(S^1)$ *в прямую, параллельную касательной к* $k(S^1)$ *в точке* s. *Рассмотрим элемент* $\sigma \in \pi_1(G(1,3))$, *порожденный путем* $\phi(k(S^1))$. *Пусть этот элемент не тривиален.* Не требуется буквальный, близкий к тексту перевод, а только пересказ, передающий смысл текста.

§ 8. Термины, характеристики, ссылки

Как было сказано в предыдущем параграфе, в штампы вставляются переменные слова, разбитые нами на три типа. Эти типы (термин, характеристика, ссылка) — нечто вроде частей речи математического текста.

Характеристики — это слова или словосочетания, исполняющие роль прилагательного, уточняющие (сужающие, характеризующие) смысл математического понятия. Примеры: *continuous, Jordan integrable, abelian, decreasing, associative, k-connected, admissible, hyperelliptic, Banach, stable in the sense* *of Lyapunov, arcwise connected, self-contradictory, asymptotically stable* и т. п.*

Термины — это главные действующие лица математической теории, исполняющие роль существительных. Например: *set, function, smooth manifold, Banach space, foliation, linear differential equation of the second order, point, element of G, x-axis, zeta-function, small category, G-structure, $K(\pi, n)$-space, multiple integral, CW-complex, Chebysheff polynomial.*

Термины обычно снабжаются артиклями, но этот важный вопрос обсуждается отдельно в § 9.

Ссылки появляются, когда мы комментируем математический текст, они обычно играют роль существительных, но обозначают не объекты теории, а ее высказывания или куски высказываний; выражаясь высокопарно, можно сказать, что они относятся скорей к метаматематике, чем к математике. Примеры:

the proposition, Theorem 2.1, *the previous lemma, Hilbert's method, the WKB method, KAM theory, the paper* [3] и т. п.

Одно и то же английское слово иногда можно отнести к двум (если не к трем) разным типам (в нашем смысле). Так, слово *proposition* может быть как термином (в математической логике), так и ссылкой (*see Proposition* 3.7), слово *integral* является и термином, и характеристикой.

Упражнение 5. Определите тип (термин, характеристика, ссылка) выделенных слов в следующем тексте.

Пусть $X_i : \Omega \to \mathbb{R}$ — *случайная величина* на $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, *измеримая* относительно *σ-алгебры* $A_i \subset \mathcal{F}$, $i = 1, 2$, и пусть $\alpha(A_1, A_2) = \alpha$. В силу *Теоремы* 2 соотношение (3) можно заменить *неравенством*

$$|\operatorname{cov}(X_1, X_2)| \leq (15/2)2\alpha\|X_1\| \cdot \|X_2\|.$$

Более того, существуют *вероятностное пространство* $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ и такие *случайные величины* Y_i, что ...

---

* Некоторые английские существительные, скажем, слово *transformation*, превращаются в прилагательные, когда их ставят перед другими существительными (здесь, например, в словосочетании *transformation group*), но при этом не могут играть роль прилагательных, стоя отдельно. Такие слова мы не считаем характеристиками.

§ 9. Термины как объекты и понятия: артикли

Термины в математических текстах бывают двух сортов — понятия и объекты. В английских математических текстах понятия снабжаются артиклем ***a***, а объекты — артиклем ***the***. Вы будете правильно ставить артикли перед терминами, если научитесь различать объекты и понятия. А это совсем просто (для математика, понимающего создаваемый им текст).

Математический **объект** — это термин (слово или словосочетание), который был ранее зафиксирован или который однозначно определен контекстом.

Математическое **понятие** — это термин (слово или словосочетание), описывающий целый класс объектов, или представитель такого класса, фиксируемый в данный момент.

Так, в предложении «*Группа* Γ_0, *рассмотренная в* § 3, *не проста*» словосочстание *группа* Γ_0 — объект (ранее зафиксирован). В предложении же «$(\mathbb{Z}_n, +)$ *является группой*» слово *группа* — понятие (класс объектов). В предложении «*Число* $P = \max\{a_i\}$ *положительно*» словосочетание *число* P — объект (однозначно определен контекстом). А в предложении «*Выберем такое число* $n \in N$, *что* $n > \pi$» словосочетание *число* $n \in N$ — понятие (выбираемый в данный момент представитель класса).

Поэтому при пересказе этих четырех фраз артикли расставляются так:

The *group* Γ_0 *considered in* § 3 *is not simple.*

$(\mathbb{Z}_n, +)$ *is* ***a*** *group.*

The *number* $P = \max\{a_i\}$ *is positive.*

Choose ***a*** *number* $n \in N$ *such that* $n > \pi$.

Упражнение 6. Определите, какие термины — объекты, какие — понятия, и перескажите следующие предложения по-английски.

1) *Поле вычетов* $\mathbb{Z}_5$ *не является алгебраически замкнутым.*

2) *Значение функции* $f(z) = 1/(iz)$ *при* $z = 2$ — *чисто мнимое.*

3) *Степенной ряд вида* $\sum a_n z^n$ *может расходиться.*

4) *Функция* $w = 1/\bar{z}$ *порождает инверсию.*

Вернемся теперь к нашим штампам. Самый первый (см. § 7) можно теперь уточнить, записав его в виде

$$\boxed{\text{THE } \langle \text{объект} \rangle \text{ IS } \langle \text{характеристика} \rangle}$$

(Мы заменили ⟨ термин ⟩ на ⟨ объект ⟩. Четвертый и пятый штампы из § 7 можно переписать так:

$$\boxed{\text{THE } \langle \text{объект} \rangle \text{ CONTAINS A } \langle \text{понятие} \rangle}$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{THE SET OF ALL } \langle \text{термины} \rangle \text{ IS A } \langle \text{понятие} \rangle \\ \text{WITH RESPECT TO THE } \langle \text{объект} \rangle\end{array}}$$

В последнем штампе мы оставили без изменений слово ⟨ термины ⟩: дело в том, что здесь (в множественном числе) артикля не требуется. В дальнейшем в наших штампах мы будем явно указывать, какие термины — объекты, какие — понятия.

Упражнение 7. Сделайте это для остальных штампов из § 7.

Заметим, что в английском языке имеются вполне грамматически правильные видоизменения штампов с *is* — конструкции вида

A ⟨ понятие ⟩ IS A ⟨ понятие ⟩

A ⟨ понятие ⟩ IS THE ⟨ объект ⟩

Однако мы их не включаем в наш список штампов потому, что они — особенно второй — редко используются в математических текстах. Конечно, можно (пользуясь первым из них) сказать: *A one-point subset of* $\mathbb{R}$ ***is a*** *compact set*, но эту мысль лучше выразить с помощью другого штампа: ***Any*** *one-point subset of* $\mathbb{R}$ ***is a*** *compact set.*

Отметим еще два часто используемых* штампа с артиклем ***a***:

$$\boxed{\text{THERE EXISTS A } \langle \text{понятие} \rangle}$$

$$\boxed{\text{THERE EXISTS A UNIQUE } \langle \text{понятие} \rangle}$$

Может показаться, что артикль ***a*** во втором штампе не логичен (⟨понятие⟩ *однозначно* определено контекстом, поэтому хочется сказать ***the unique***); однако, то обстоятельство, что ⟨понятие⟩ в этом месте вводится (фиксируется, обозначается), превалирует над тем, что оно определено контекстом. Не в нашей власти менять живой английский язык — в этом контексте англоязычные математики всегда говорят *a unique*; запомнив этот особый случай, так же будем поступать и мы.

Вот еще два штампа с артиклем ***a***:

$$\boxed{\text{THERE IS A } \langle \text{понятие} \rangle}$$

$$\boxed{\text{THE } \langle \text{объект} \rangle \text{ HAS A } \langle \text{понятие} \rangle}$$

Первый, так же как штамп *there exists a* (которому он синонимичен), обычно используется с разделителем *such that*. А вот пример употребления второго штампа:

The *equation* ***has a*** *nontrivial solution.*

В заключение этого параграфа отметим один важный штамп с двумя артиклями ***the***:

$$\boxed{\text{THE } \langle \text{объект} \rangle \text{ IS THE } \langle \text{объект} \rangle}$$

The *number* 17 ***is the*** *smallest Gaussian integer.*

---

* Обычно в составном предложении с разделителем ***such that***, например, *There exists a point c such that* $f(c) = 0$.

Разумеется, все сказанное про штампы с ***is*** переносится на штампы, в которых вместо ***is*** стоит другое бинарное отношение (см. § 7).

В заключение этого параграфа – одно замечание про модификацию ***an*** артикля ***a***. В Москве и в других российских городах студентов и школьников учат, что *an* ставится вместо *a* перед словом, начинающимся с гласной. Это неправда. Вот два контрпримера:

Let M be an n-dimensional manifold.

Suppose P has a y-coordinate greater than 1.

На самом же деле *an* ставится перед гласным *звуком* (звуком, а не буквой!). Названия некоторых согласных начинаются с гласного звука (например n) и наоборот (например y). Словом, нужно ориентироваться на произношение, а не на формальную принадлежность букв к фонетическим категориям.

§ 10*. Артикли: аксиоматический подход

В предыдущем параграфе мы видели, как выбираются артикли ***a*** и ***the*** при использовании штампов. Это оказалось делом нехитрым; автор уверен, однако, что продвинутый читатель испытывает определенное разочарование — ему хотелось знать, какой артикль ставить и в более сложных ситуациях, не ограничиваясь простыми штампами, отобранными мной для этой книги. Для такого читателя написан этот (необязательный) параграф.

Обещанные правила мы сформулируем в виде аксиом; но при этом нужно иметь в виду, что система аксиом не будет непротиворечивой: в некоторых ситуациях применимы сразу две аксиомы, дающие противоположные указания. В этом, однако, нет ничего страшного — в этих ситуациях любой выбор допустим; какой из них лучше (вопрос уже вкусовой), зависит от автора и от того нюанса, который он хотел подчеркнуть.

А) **Математические термины в единственном числе**

I. Артикль ***the*** ставится перед термином, если

а) термин ранее (недавно) упоминался (вводился);

б) термин однозначно определен контекстом.

II. Артикль ***a*** ставится перед термином, если

а) термин обозначает целый класс объектов, и речь идет о принадлежности к этому классу;

б) термин в этот момент появляется (вводится, фиксируется).

III. Никакого артикля не нужно, если перед термином стоит один из «языковых кванторов» (***some, each, any, a certain, every*** и т. п.).

IV. Нулевой артикль (= отсутствие артикля) «используется» в двух основных случаях:

(1) «перед» названиями общих теорий;

(2) для атрибутов данного понятия (таких как радиус окружности, степень многочлена и т. п.);

(3) а также в одном частном случае: слово *space* (в значении $\mathbb{R}^3$) снабжается нулевым артиклем.

Рассмотрим соответствующие примеры.

(1) *In topology continuity is the main notion.*

This theorem is proved in Morse theory.

Однако к более частным теориям может ставиться артикль, так:

This is a standard theorem in ***the*** *topology of smooth manifolds.*

(2) *A polynomial of degree* n.

A circle of radius r.

A manifold of dimension 3.

The point P_0 *with coordinates* $(5, -2)$.

The function in coordinate representation.

A function of bounded variation.

(3) *A curve in space or in the plane.*

A surface in three-dimensional Euclidean space.

Для знатоков отметим, что артикль **the** иногда употребляется и перед общими понятиями, как, например, во фразе

The notion of the differential equation is a great invention of mankind,

хотя, по моему мнению, здесь лучше звучит конструкция с нулевым артиклем

The notion of differential equation is a great invention of mankind.

В) **Ссылки в единственном числе**

V. Если ссылка снабжена номером или другим символом (например, *Lemma A, Theorem* 2.1, *equation* (2)), артикль ставить не нужно.

This proves Theorem 2.1.

(Но: *This proves* ***the*** *theorem* ...)

It follows from Lemma 3 *that* ...

VI. Если ссылка (не снабженная номером) касается приведенного в данной статье текста, нужен артикль ***the*** (*the previous lemma, the subsequent proof, the condition* $n > 3$).

VII. Если ссылка (не снабженная номером) относится к новым, впервые здесь упомянутым текстам, нужен артикль ***a***.

Here we construct ***a*** *new theory of* ...

VIII. Если ссылка относится к какой-либо науке вообще, применяется нулевой артикль

In homology theory ...

IX. Ссылки на литературу снабжаются артиклем ***the*** (*see* ***the*** *paper* [2]).

С) **Множественное число (термины и ссылки)**

X. Если в единственном числе требуется артикль ***a*** (или есть сомнения в том, что требуется артикль ***the***), в множественном числе артикля не нужно.

XI. Если в единственном числе требуется артикль ***the***, то во множественном тоже.

XII. Если термин или ссылка (без номера) является подлежащим основного сказуемого данного предложения, ставится артикль ***the***.

XIII. В заголовках следует избегать артиклей, например, используя термины в множественном числе вместо единственного.

Упражнение 8. Возьмите препринт англосаксонского автора по вашей специальности и для каждого артикля (в том числе нулевого) определите, в соответствии с какой из аксиом I–XIII он был поставлен.

§ 11. Разделители, составные конструкции и запятые

Все штампы, которыми мы пользуемся, достаточно короткие и простые. Однако, комбинируя их, можно строить и более длинные составные предложения, пользуясь служебными словами-***разделителями***. Схематически это выглядит так:

$$\boxed{[\text{штамп } 1\,] \to \langle\,\text{разделитель}\,\rangle \to [\,\text{штамп } 2\,].}$$

или в более общем виде

$$\boxed{\begin{array}{l} [\,\text{штамп } 1\,] \to \langle\,\text{разделитель } 1\,\rangle \to \\ \to \quad [\,\text{штамп } 2\,] \to \langle\,\text{разделитель } 2\,\rangle \to \ldots \to \\ \to \quad \langle\,\text{разделитель } (n-1)\rangle \to [\,\text{штамп } n\,]. \end{array}}$$

Примеры:

[*There exists a* $\delta > 0$] ⟨*such that*⟩ [*U contains* $f(O_\delta x)$].

[*Suppose* x *is a root of equation* (2.1)] ⟨*such that*⟩ [$(\lambda x, x)$ *is positive*] ⟨*, where*⟩ [λ *is the least eigenvalue of the operator* A]

В качестве разделителей выступают следующие слова (словосочетания):

, where | ***if*** | ***when*** | ***whenever*** | ***such that*** | ***and*** | ***or*** ***but*** | ***although*** | ***unless*** | ***provided*** | ***, i. e.,*** | ***whence***.

Разделители обладают следующим замечательным грамматическим свойством: они семантически связывают синтаксически законченные части предложений, но не требуют никаких внутренних согласований отдельных слов (и их окончаний) внутри разных частей. Не все служебные слова обладают этим свойством: например, словечки *that* и *which*, а также местоимения, как правило, выполняют определенную грамматическую функцию внутри той части предложения, которую они открывают, и часто требуют некоторого синтаксического согласования с предыдущими частями.

Таким образом, при использовании разделителей (и их выборе) нужно следить за семантикой (математическим смыслом) предложения, но нет нужды думать о синтаксисе (грамматике). В наших составных предложениях отдельные штампы выстраиваются в ряд, а разделители играют роль маркеров, обозначая конец предыдущего штампа и начало последующего. Структура фразы поэтому получается линейной, сложноподчиненные придаточные предложения исключены.

Небольшое отступление о запятых. Заметим, что запятая сама может играть роль разделителя. Например,
$\lfloor$ *Suppose* $f\colon M \to N$ *is a map* $\rfloor$ $\langle$ *such that* $\rangle$ $\lfloor$ $f(M)$ *is compact* $\rfloor$ $\langle\, ,\rangle$ $\lfloor$ *the closure* $\overline{f(M)}$ *coincides with* $N\rfloor$, $\langle$ *and* $\rangle$ $\|f\| < \infty$.

Далее, перед разделителями *where* и *i.e.* обязательно ставится запятая (таким образом, разделителем являются не сами эти словечки, а конструкции $\langle$***, where***$\rangle$ и $\langle$***, i.e.,***$\rangle$. Перед разделителем ***and*** запятая ставится только, если предшествующие два штампа разделены запятой-разделителем, т. е. при перечислениях утверждений или условий. Перед остальными разделителями запятая не ставится **никогда**. Особенно неуместна (но часто встречается в плохих переводах) «русская запятая» перед *such that*.

Вообще же, использование запятых в английском языке принципиально отличается от их использования по-русски. Основная цель расстановки знаков препинания в русском тексте — продемонстрировать читателю, что *автор владеет правилами русской пунктуации*. В английском языке правил пунктуации просто нет, и запятые ставятся *для удобства читателя*. Поэтому в хороших математических текстах запятые — редкие гости. Мысль развивается линейно, с неукоснительной логикой и без пауз. Запятые появляются разве что при перечислениях, или могут отделять вводные выражения (см. § 13) в начале фразы (если требуется смысловая пауза), наконец они играют роль «слабых скобок», выделяя разные дополнения или отступления от основной мысли (как запятые перед *where* в ситуации, описанной выше, или запятая перед *which*, отделяющая так называемую *restrictive clause*, см. § 16).

Русскоязычному читателю особенно трудно будет отделаться от «русской запятой» перед *such that* и *that*, он будет забывать про запятую перед союзом *and*, возвещающую о конце перечисления. Но со временем и здесь появится свой — уже англоязычный! — автоматизм. Возвращаясь к разделителям, отметим, что их выбор не должен вызывать затруднений, однако несколько замечаний могут здесь оказаться полезными. Во-первых: *such that* — цельная конструкция; *such* и *that* нельзя разводить так, как разводятся *такой* и *что* по-русски. Например, следующая калька с русского:

Consider such a number n *that* $f(n) > C$.

недопустима. Здесь естественна следующая составная конструкция:

Let n *be a number such that* $f(n) > C$.

Во-вторых, отметим явно (хотя математику это должно быть и так ясно), что разделитель ⟨***if***⟩ (перед которым запятая не ставится) отвечает импликации $\Leftarrow$ (а не импликации $\Rightarrow$, как в *if* ..., *then* конструкции). В-третьих, посоветуем пользоваться разделителем *whenever*; это словечко не имеет хорошего аналога на русском языке, оно означает *если только*, *всегда когда* и т. п. и хорошо звучит, например, в следующих предложениях:

The function f_n *is increasing whenever* n *is even.*

The integral $\int_K f\,d\sigma$ *is defined whenever* K *is compact.*

Упражнение 9. Разбейте следующие длинные фразы на синтаксически независимые куски и перескажите их по-английски с использованием разделителей.

Преобразование $z = x^{-7/8}$ *сводит уравнение* (2) *к виду* (6), *а его решение к виду* (8), *где* a — *калибровочный коэффициент, который выбирается из условия, что константа* C *в уравнении* (6) *равна* 1.

Нули функции $D(p)$ *не могут иметь предельных точек на действительной оси, но так как они образуют ограниченное множество без других предельных точек, этих нулей лишь конечное число.*

Для топологического пространства W *пусть* $O(W)$ *и* $O_1(W)$ *будут, соответственно, классы всех открытых подмножеств* W *и всех открытых подмножеств* W, *содержащих вместе с любой точкой замыкание некоторой ее окрестности.*

Указание. Не бойтесь отступать от буквы текста.

Успешное выполнение этого трудного упражнения говорит о довольно высоком уровне читателя. Если вы с ним не справились, имейте в виду: писать «свой» текст намного легче, чем переводить трудный чужой.

§ 12. Рекурсивные конструкции

Под **рекурсивными конструкциями** мы понимаем схемы построения фразы, в которых в качестве переменной появляется не слово (термин, характеристика, ссылка), а целый штамп. Вот пример, часто встречающийся в естественных текстах:

FROM ⟨ссылка⟩ IT FOLLOWS THAT [штамп]

From *Theorem* 3.1 ***it follows that*** *the function* ϕ *is upper semi-continuous.*

From *our definition* ***it follows that*** M *contains an irreducible manifold.*

Полезна (часто используется) и такая рекурсивная конструкция:

SINCE [штамп 1], WE SEE THAT [штамп 2]

Since *f is unbounded,* ***we see that*** *the integral $\int f\,dx$ is undefined.*

Вариантами этой конструкции являются:

SINCE [штамп], WE HAVE ⟨формула⟩

Since *f is bounded,* ***we have*** $\int f(x)dx < \infty$.

SINCE [штамп], WE OBTAIN ⟨ формула / ссылка ⟩

Since *the expression in brackets is positive,* ***we obtain*** *the required inequality.*

Отметим несколько распространенных искажений этих конструкций. После *follows* не следует опускать словечко *that*; не нужно это словечко вставлять после *have* перед формулой, и вообще *we have that* звучит неловко, лучше *we see that*. Недопустима и конструкция *since* [штамп], *then* [штамп], аналог русской конструкции *так как* [штамп], *то* [штамп]*.

Заметим, что на самом деле в конструкциях настоящего параграфа вместо переменных штампов можно вставлять и составные предложения. Именно поэтому мы называем эти конструкции рекурсивными. В принципе можно даже рекурсивные конструкции подставлять в качестве переменных внутри самих себя, но это редко бывает полезным и в целом нежелательно.

Приведем еще несколько достаточно сложных, но вполне приемлемых примеров.

FOR ALL ⟨понятия⟩ SUCH THAT [штамп], WE HAVE ⟨формула⟩

* Эта конструкция и по-русски противоречит нормам литературного языка, но часто встречается в математических текстах.

For all *functions f of class C^∞* ***such that*** *the inequality $\|f\| < Cf_0$ is satisfied, where the constant C is independent of t,* ***we have*** $\int_M f\,dx < \infty$.

FOR ANY ⟨понятие⟩ SUCH THAT [штамп 1], IT FOLLOWS THAT [штамп 2]

For any *random variable X* ***such that*** *$X \cdot Y_0$ is measurable with respect to A,* ***it follows that*** *the mixing coefficient is bounded.*

В последнем примере мы комбинируем две из предыдущих конструкций.

Since *[f is unbounded]* ***we see that*** *[**for any** ⟨constant C⟩* ***such that*** *[$1/C < \varepsilon$]* ***it follows that*** *[⟨the integral $\int_K Cf\,dx$⟩* ***is*** *⟨divergent⟩]].*

§ 13. Вводные выражения

Вводные выражения в математических текстах — это стандартные слова или словосочетания, появляющиеся в начале фразы и выполняющие определенные семантические функции, но не влияющие на дальнейший синтаксис предложения. В отличие от штампов, они не являются синтаксически замкнутыми и поэтому требуют продолжения. Для иллюстрации рассмотрим следующий текст:

Suppose *$f(a)$ and $f(b)$ have opposite signs.* ***Then,*** *since f is continuous, it follows that there exists a point $c \in [a, b]$ such that $f(c) = 0$.* ***Without loss of generality, we can assume that*** *$f(a) < 0$ and $f(b) > 0$.*

Здесь мы выделили жирным шрифтом три вводных выражения. Их функции понятны — они могут определять контекст следующей за ними фразы, связывать ее с предыдущей, нести определенную смысловую нагрузку. Часто вводные выражения употребляются как комментарий к последующему тексту, могут оживлять и украшать его, не требуя при этом установления внутренних грамматических связей (синтаксических изменений) в последующем тексте.

Вводные выражения появляются очень часто (в начале абзаца — почти всегда); типичная фраза математического текста имеет вид

$$\boxed{\langle \text{вводное выражение} \rangle \to [\text{штамп}]}$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\langle \text{вводное выражение} \rangle \to [\text{штамп } 1] \\ \to \langle \text{разделитель} \rangle \to [\text{штамп } 2]\end{array}}$$

А вот пример с тремя штампами:
$\langle$ *Now we can suppose that* $\rangle$ [*there exists a free group* F] $\langle$ *such that* $\rangle$ [G *is isomorphic to* $F \oplus K$] $\langle$ *, where* $\rangle$ [K *is finite*].

Мы приведем здесь список наиболее ходовых вводных выражений, сгруппированный по близости смысла. Более полный список приводится в Приложении II. Наш список возглавляют два наиболее употребительных однословных вводных выражения ***suppose*** и ***then***.

О них хочется сказать особо. Suppose (= пусть) — универсальное слово, наряду со словом *let* (см. § 18), открывающее почти все математические рассуждения или «подрассуждения». *Then* (= тогда) — универсальное слово, открывающее почти все фразы, продолжающие уже начатое рассуждение. Я очень советую пользоваться конструкцией

$$\boxed{\text{SUPPOSE [штамп 1]; THEN [штамп 2]}}$$

как можно чаще, избегая соблазна загнать присутствующую здесь импликацию ([штамп 1] $\Rightarrow$ [штамп 2]) в единую фразу без точки с запятой. Особенно это полезно, когда перед вами уже написанный по-русски текст, состоящий из громоздких фраз, содержащих импликации явно или неявно (в виде следования или последования); как вас учили в школе, громоздкую фразу вы логически разбиваете на условие («что дано») [штамп 1] и заключение («что требуется доказать») [штамп 2] и используете *suppose ...; then ...* конструкцию. Это очень просто, снимает необходимость маневрировать с придаточными предложениями, хитрыми временами глаголов и прочей грамматикой и приводит к прозрачному тексту.

А вот и список основных вводных выражений. Более полный список приводится в Приложении II.

Suppose | *Assume that* | *Now suppose that* | *Further assume that*

Then | *Further,* | *Finally* | *Moreover* | *Now*

Therefore | *Hence* | *It follows that* | *Thus*

Similarly | *In the same way* | *As above,*

For example | *In particular* | *In this case,*

Let us prove that | *Let us show that* | *We now prove that*

Note that | *Let us remark that*

Prove that | *Show that*

It is clear that | *It is obvious that* | *It is evident that* | *It is easily proved that*

But | *However* | *Nevertheless,*

By assumption | *By the inductive assumption* | *By definition* | *By construction,*

Without loss of generality it can be assumed that

To be definite | *For the sake of being definite*

It remains to check that | *Now we must only prove that*

This means that | *In other words,*

Continuing in the same way, we see that

In addition, suppose that | *Furthermore, assume that*

§ 14. Долой отглагольные существительные!

Выше мы уже говорили о том, что английский язык очень плохо переносит характерные для русского языка нагромождения отглагольных существительных (в разных падежах), отмечали, что конструкция

подлежащее → сказуемое → прямое дополнение

значительно лучше звучит по-английски, чем те или иные «грамматически правильные» кальки с русского. В этом параграфе мы покажем, как пересказывать по-английски те сложные пассивные конструкции, которые вам подсказывает ваше русскоязычное сознание*.

Мы не будем, однако, строить теорию по поводу этой деятельности, а ограничимся списком примеров, состоящих из предложений русского языка с их пересказом на английский, в надежде на то, что читатель самостоятельно научится осуществлять такой пересказ по этим образцам.

1) Целесообразность создания такой теории тем более должна быть подчеркнута, что предшествующие работы характеризуются громоздкостью конструирования соответствующих аддитивных резольвент.

This theory will be useful, since previous work involves constructing very complicated additive resolvents.

2) Цель настоящей статьи состоит в нахождении путей решения некоторых задач архитектуры и анализа параллельных программ для мультипроцессорных систем.

In this paper we consider certain problems related to the architecture and analysis of parallel programs for multiprocessor systems.

3) Наличие малого параметра в задачах оптимизации регулярных структур, появляющихся на поверхности стохастизированных ферромагнитных сред, делает целесообразным применение методов работы [2] для поиска решений стационарных уравнений типа Гинзбурга–Ландау.

Optimization problems for regular structures appearing on the surface of stochastic ferromagnetic media involve a small

---

* И советское воспитание, во многом основанное на зазубривании псевдо-научных и квази-литературных текстов, написанных чиновниками от образования.

parameter; therefore, the methods from [2] for solving stationary equations of Ginzburg—Landau type should be used here.

Читателю должна быть ясна стратегия такого пересказа:

- заменять отглагольные существительные активными глаголами;
- не бояться разбивать одно длинное предложение на несколько коротких;
- беспощадно искоренять неинформативные слова-заполнители, вроде «целесообразность нахождения путей решения задач ... »

Но лучше всего: не пересказывайте подобных текстов, сначала поймите, что именно вы хотите сказать, скажите это просто и ясно (про себя по-русски), а потом уже перескажите (еще проще и яснее) по-английски.

Заметим, что нагромождение отглагольных существительных, как правило, естественно возникает только в комментариях к теории, а не в самой теории, т. е. в первую очередь во вводных абзацах к статьям. Автор не берется быстро научить не знающего английского языка математика писать изысканные введения к своим статьям. Поэтому — увы! — для вас выход один: писать максимально упрощенные введения. Кроме общетеоретических указаний этого параграфа, вам в этом отношении помогут (конкретными оборотами) §§ 28, 29 из следующей главы.

Упражнение 10. Перескажите следующие фразы по-английски, пропуская бессодержательные слова и заменяя отлагольные существительные активными формами глаголов.

В § 5 рассматривается возможность построения классифицирующих пространств посредством выделения соответствующих подмножеств в пространстве $B(\mathbb{Z}, n)$.

Необходимость введения фильтрации в множестве R обусловлена целесообразностью уточнения понятия размерности.

Перейдем теперь к изложению доказательства Теоремы 2.1.

§ 15. Долой *it, which, whose* и *that*!

Выше (см. § 6) мы видели, какие серьезные ошибки из-за потери управления могут возникнуть при употреблении «связывающего словечка» *which* как перевода местоимений *который* (*которая, которые, которое*) и *что*. В этом параграфе мы предлагаем разные рецепты для пересказа предложений, содержащих эти местоимения.

Основной принцип предельно прост: пользоваться словечками *which, it, whose* и *that* просто не следует. «Но как тогда быть?» — спросит читатель. Как перевести, скажем, фразу:

Всякая группа G, которая содержит свободное прямое слагаемое F, эпиморфно отображается на циклическую группу?

А очень просто. Например,

Suppose that the group G possesses a free direct summand F; then there exists an epimorphism of G onto a cyclic group.

Идея пересказа здесь (и во многих других случаях) состоит в том, чтобы разбить фразу на две, заменив местоимение *which* на разделитель *then*, соединяющий две синтаксически не связанные части; грамматическую роль местоимения играет сам символ G во второй фразе.

Вот другой пример:

Рассмотрим теперь счетное подмножество $\mathrm{A} \subset \mathrm{X}$, *замыкание которого совпадает с* X.

Предлагаемый перевод:

Now suppose A is a countable subset of X such that the closure of A coincides with X.

Или более лаконично:

Now suppose $A \subset X$ is countable and $\overline{A} = X$.

Заметим, что в этом простом случае почти пословный перевод

Consider now a countable subset $A \subset H$ whose closure coincides with H.

вполне допустим, но мы предлагаем просто забыть про слово *whose* для избежания ошибок в более сложных ситуациях.

Заодно следует забыть и про коварные *it, which* и *that*.

Употребление местоимения *it*, впрочем, часто приводит к ошибкам другого рода. А именно, русскоязычные авторы обычно используют *it* вместо *this* как пословный перевод словечка *это*, например,

If f has an extremum at c, then $f'(c) = 0$. It is only true for differentiable functions.

The integral 3.1 *is calculated by special substitutions. It can be done as follows.*

В обоих случаях случаях вторая фраза должна начинаться со слова *This* (а не *It*). Вообще можно запомнить, что *it* обычно замещает конкретный *объект*, в то время как *this* (когда оно — местоимение) замещает ссылки и описания процессов или конструкций.

Впрочем, все это довольно хитро, и проще придерживаться принципа, указанного в заголовке этого параграфа.

Упражнение 11. Не пользуясь словечками *which, that* и *whose*, перескажите следующие предложения.

Рассмотрим подгруппу $H \subset G$, которая порождена элементами $h_1, h_2, \dots, h_k$.

Среди подмногообразий пространства $\mathbb{C}P^n$ коразмерности k выберем такое, чьи гомологии средней размерности имеют максимальный ранг.

Пусть S — сумма ряда, которая существует в силу леммы (2).

§ 16*. А все-таки: когда *which*, когда *that*?

Этот параграф — для продвинутого читателя, который, понимая опасность использования *which* и *that*, хочет знать, каким из этих словечек нужно пользоваться в тех или иных (безопасных) случаях. Ответ на этот вопрос легко формулируется по-английски:

that *introduces a restrictive clause*;

which *introduces a nonrestrictive clause.*

По-русски это можно пояснить так: если придаточное предложение, начинающееся с местоимения, *сужает* (ограничивает) класс объектов, описанных тем существительным, которое замещает это местоимение, то этим местоимением должно быть ***that***; иначе (т. е. когда придаточное предложение только дает дополнительное описание существительного, не сужая класс его денотатов) употребляется ***which***; во втором случае (в отличие от первого) придаточное предложение отделяется запятыми. Предыдущиее объяснение вряд ли легко понять, поэтому мы приведем несколько примеров:

Decimal fractions that are periodic correspond to rational numbers.

Decimal fractions, which will be discussed in more detail in § 5, *correspond to rational and irrational numbers.*

Any open set that contains the point x is called a neighborhood of x.

Any open set, which may be empty, has a closed complement.

The ring $\mathbb{Z}_p$ that satisfies $1 < p < 4$ is a field.

The ring $\mathbb{Z}_m$, which is always commutative, is not always a field.

Носители английского языка иногда (в нарушение описанного выше правила) пишут *which* вместо *that*, однако автоматически ставят правильно (ключевые!) запятые, выделяющие *nonrestrictive clauses*. Русскоязычному же автору придется специально об этом думать.

§ 17. Пять способов борьбы с предлогом *of*

При пословном переводе русских математических текстов часто возникает цепочка союзов *of*, крайне неблагозвучная на английском языке. Например, фразу

G есть группа преобразований пространства Фреше функций ограниченной вариации.

вы, наверное, захотите перевести так:

G is the group ***of*** *transformations* ***of*** *the space* ***of*** *Fréchet* ***of*** *functions* ***of*** *bounded variation.*,

что, конечно, недопустимо (пять ***of*** подряд!). Как избегать таких казусов? В этом параграфе мы предлагаем для этого пять разных приемов.

• **Первый способ: перестановка.** Большинство английских существительных (даже имена собственные) превращаются в прилагательные, если их поставить перед другим существительным. В нашем примере это естественно сделать со словосочетаниями *group of transformations* и *space of Fréchet*; тогда получится более приемлемая фраза:

G is the transformation group ***of*** *the Fréchet space* ***of*** *functions of bounded variation.*

• **Второй способ: глаголы и *ing*-овое окончание**. Отглагольные существительные в цепочках с *of* можно заменять на глаголы в инфинитиве или в *ing*-овой форме, убивая тем самым один *of*. Например, предложение

Воспользуемся (1.2) *для построения группы преобразований пространства* X.

можно перевести так:

Let us use (1.2) *for constructing the transformation group of the space* X.

или так:

Let us use (1.2) *to construct the transformation group of* X.

• **Третий способ: замена *of* на *for***. Очень часто один из *of* в «цепочке» можно заменить на *for*. (Как правило, это можно сделать в тех случаях, когда по-русски в этом месте можно поставить словечко *для*.) Пример: начало предложения

The theory of differential equations of shallow waves of second order of the form ...

можно выразить лучше, применив сразу первый и третий способы:

The theory of second order differential equations for shallow waves of the form ...

• **Четвертый способ: использование генитива (*'s*)**. Когда союз *of* означает принадлежность, то его можно устранить: для этого нужно переставить местами разделенные им слова и добавить ***'s*** к слову, поставленному первым. Например, вместо *theorem of Cauchy* написать *Cauchy's theorem*, вместо *roots of the equation* — *the equation's roots.*

• **Пятый способ: перестройка фразы**. Иногда целесообразно решительно изменить фразу, например, заменив одно из существительных активным глаголом или разбив предложение на два. Так, при пословном переводе фразы

Вычислим Эйлерову характеристику множества нулей квадратичного отображения пространства функций класса C^∞.

получится цепочка из шести (!) ***of***, однако следующий пересказ:

Suppose F *is the space of* C^∞ *functions and* Z *is the zero set of the quadratic map* $q\colon F \to \mathbb{R}$; *let us compute the Euler characteristic of* Z.

устраняет целых три *of* и не только проще для понимания, чем пословный перевод, но и чем русский оригинал.

Упражнение 12. Из пословного перевода каждой из следующих фраз устраните несколько *of*; постарайтесь использовать все пять способов, указанных выше.

Построение инъективных резольвент гротендиковского типа этих точных последовательностей проводится в § 6.

Уравнение второго порядка типа Монжа—Ампера допускает решение в квадратурах.

Супермногообразие Грассмана обобщенных реперов обозначается через G.

Определение допустимых классов комплексов абелевых групп конечного ранга аналогично.

Метод орбит А. А. Кириллова можно использовать для классификации представлений алгебр функций ограниченной вариации.

§ 18*. Глаголы и времена глаголов

У читателя, изучавшего английский язык, наверняка остались смутные, но мучительные воспоминания о грамматике спряжения глаголов, о сложных временах вроде *past perfect continuous*, столь близких сердцам вузовских преподавательниц английского языка. К счастью, эта огромная и сложная информация совершенно не нужна для написания математических текстов: в них почти всегда используется одно единственное время — настоящее.

В этом параграфе мы обсуждаем исключения из этого общего правила.

Прежде всего, это часто используемая конструкция *let ... be ...*, в которой инфинитив *be* никак нельзя заменить на активную форму глагола. Этот штамп обычно появляется, когда вводятся обозначения (в начале изложения теории или доказательства), и о нем сказано отдельно в § 22. Здесь мы подчеркиваем только то, что *let* не совместим с *is* или любым другим глаголом в настоящем времени.

Далее, во введениях к статьям и комментариях иногда используется прошедшее время. Вот типичные примеры:

In [2], *G. Margulis proved that ...*

It was shown in [AV] *that ...*

In the paper [3], *appropriate bifurcation diagrams were constructed ...*

При желании можно пользоваться подобными конструкциями, но в них нет необходимости: замены *proved* $\to$ *proves*, *was* $\to$ *is*, *were* $\to$ *are* превращают прошедшее время в настоящее в этих примерах, при этом текст звучит вполне нормально. В подобных ситуациях настоящее время всегда годится.

Обойтись настоящим временем труднее в тех случаях, когда автор дает обещание о будущем, например,

This will be discussed in a further paper.

In the next section, we shall prove that ...

The proof will be given in § 10.,

хотя в последних двух примерах можно говорить и в настоящем времени (заменив *shall prove* на *prove, will be* на *is*).

Обратим еще внимание на полезную конструкцию

$\boxed{\text{LET US SHOW THAT}}$

использование которой вместо *we shall show that* не только экономит два печатных знака, но (по моему мнению) и звучит лучше, да к тому же устраняет по существу не нужное здесь будущее время.

Наконец, отметим, что естественное желание использовать условное наклонение в фразах вроде

If we could prove that ... it would then be possible to ...

Were the function φ *continuous, we could ...*

в большинстве случаев можно подавить без ущерба для смысла (например, первую фразу можно начать так: *If we prove that . . . then it is possible to . . .*)

Среди наших штампов лишь два или три содержат глаголы в прошедшем времени (например, ряд штампов в § 28).

§ 19*. О докладах и лекциях

Тема этого параграфа выходит, строго говоря, за рамки предлагаемой книги, но автор не смог удержаться от небольшого комментария.

Наиболее популярная стратегия подготовки к выступлению на международной конференции или школе состоит в том, чтобы написать русский текст статьи, перевести его на «английский», выучить перевод наизусть, потренироваться на друзьях и родственниках и бойко оттараторить свой доклад. Результат однозначен: после первых двух минут все перестают слушать: «Another Russian — can't understand *anything*».

Однако математик, овладевший материалом этой книги, сможет успешно выступить по-английски (даже если местами его произношение вызовет улыбки у англо-саксонских слушателей), если будет следовать приведенным здесь советам.

1) Не пишите текст выступления.

2) Пользуйтесь небольшим набором тех простейших математических оборотов (штампов), в которых вы совершенно уверены.

3) Тренируйтесь (можно про себя, в трамвае) излагать математические теории по теме доклада с помощью этих штампов.

4) Пишите больше, говорите меньше! Пользуйтесь без пояснений общепринятыми международными математическими сокращениями (типа $\mathbb{R}^n$, $\Rightarrow$, Th., $\stackrel{\text{def}}{=}$, $\forall$, C^∞, $\square$).

5) Ни в коем случае не читайте формулы, просто напишите их. Впрочем и писать их не надо, если вы заранее заготовите лавсаны (*transparencies*) для диапроектора (я очень это рекомендую аналитикам, работающим с громоздкими формулами*).

6) Не говорите длинных, ненужных глупостей (вместо *In order to prove this theorem, we shall need the next lemma*, напишите $L1$ и скажите *Lemma*).

7) Не готовьте обстоятельных, глубоких, остроумных, язвительных, благодарственных, литературных, иронических вступлений к лекциям и докладам. Максимум одна–две фразы. Например:

I will talk about generalized KAM theory (пишите аббревиатуру *KAM*). *This is new unpublished joint work with Shubin* (пишите *M. I. Shubin*). Дальше: *Main theorem. Let* ... и т. д.

8) Не бойтесь вопросов. На них не обязательно отвечать в течение доклада (особенно когда вы не поняли вопроса), можно ограничиться «универсальным ответом» вроде *Never*

---

* Как читать по-английски «лавсанные лекции» — отдельная тема. Я ограничусь таким указанием: не торопитесь менять лавсаны, уверенно молчите и тычьте указкой.

mind или, лучше, *Let's discuss this later*, а после доклада подойти к задавшему вопрос и честно сказать: *I didn't really understand your question.*

9) Не надейтесь, что все всё поймут (сколько из прослушанных вами по-русски докладов вы на самом деле поняли?), но постарайтесь, чтобы основные формулировки были сказаны медленно, просто, хорошо зафиксированы на доске. Доказательства не только могут, но и наверное должны остаться непонятными (иначе уважать не будут), достаточно, чтобы четко прозвучали ключевые слова.

10) Пишите на доске все упомянутые вами фамилии (иначе при вашем произношении не поймут, о ком речь).

11) Для оживления доклада придумайте себе несколько простых, но нетривиальных присказок, в которых проявляется ваша индивидуальность.

Например, *The proof is very very very trivial, Actually ..., In this situation ..., Optimistic conjecture ..., Well of course ..., This guy here ..., That complicated thing ...* Прослушав несколько докладов своих коллег, методом избирательного плагиата вы можете пополнить свой репертуар словечек и присказок.

12) Если это отвечает вашему темпераменту, некоторую добавочную информацию и эмоции можно довести до слушателей жестикуляцией или мимикой.

13) Если вы не И. М. Гельфанд, не рассказывайте анекдотов.

14) В конце доклада не благодарите слушателей за внимание. Скажите что-то вроде *Well, that's all* или разведите руками и скажите *My time is up, so I'm finished.*

§ 20. **Напутствие**

Если вы не только пролистали, но и проработали первые две главы этой книги, вы можете начать писать свою статью по-английски. Конечно, лучше сначала еще прочитать и последнюю, третью главу книги, а затем взяться за перо. Однако можно осваивать и использовать материал третьей главы по мере того, как вы пишете свой первый опус.

Исходя из такой стратегии и написана третья глава — ее параграфы выполняют определенные функции (указанные в их названии), к ним можно обращаться по мере надобности. Например, если вы собираетесь в своей статье дать определение — обратитесь к § 21 («Как дать определение»), если при доказательстве вы описываете вычисления — смотрите § 24 («Как комментировать вычисления») и т. п.

В настоящем параграфе мы хотим подвести итог и перечислить общие принципы, изложенные в главах I и II:

- **пословный перевод приводит к нечитаемому тексту и к смысловым ошибкам;**
- **грамматикой мы не пользуемся;**
- **нужен не перевод, а пересказ, основанный на стандартных оборотах (математических штампах);**
- **из простых синтаксически замкнутых кусков — штампов можно создавать более сложные фразы, открывая их стандартными вводными выражениями и расставляя между штампами подходящие разделители (не требующие никаких грамматических согласований между разными кусками);**
- **структура фраз остается линейной, без придаточных предложений, без местоимений, без пассивных конструкций с нагромождением отглагольных существительных, без глаголов в сложных временах;**
- **если вы сами знаете, что вы хотите математически сказать, то по-английски это можно сказать очень просто и прозрачно, пользуясь небольшим набором оборотов (штампов), освоенных при работе с этой книгой.**

Последнее напутствие перед работой: будучи профессиональным математиком-исследователем, вы — обладатель высокотренированного мозга, и если вы этот мозг будете использовать при создании английского текста с тем же творческим педантизмом, что при математической работе, успех обеспечен.

8) The set of all limit points of $A \subset T$ **is called** the *closure* of A in T.

Читатель, внимательно проработавший § 9 (об артиклях), понимает, почему в примерах 2), 3), 7) и 4), 5), 8) стоят артикли *a* и *the* соответственно: пользуясь делением терминов на «объекты» и «понятия» (§ 9), эти примеры можно представить как реализации штампов

A ⟨ понятие ⟩ IS A ⟨ определяемое понятие ⟩ IF [утверждение]

A ⟨ определяемое понятие ⟩ IS A ⟨ понятие ⟩ SUCH THAT [утверждение]

A ⟨ понятие ⟩ IS CALLED A ⟨ определяемое понятие ⟩ IF [утверждение]

THE ⟨ объект ⟩ IS THE ⟨ определяемый объект ⟩ IF [утверждение]

THE ⟨ определяемый объект ⟩ IS THE ⟨ объект ⟩ SUCH THAT [утверждение]

THE ⟨ объект ⟩ IS CALLED THE ⟨ определяемый объект ⟩ IF [утверждение]

Здесь всюду артикль *a* ставится перед понятиями, а *the* — перед объектами. В определениях особенно легко отличать объекты от понятий: *объекты определены однозначно, а понятий много.* Так, у подмножества $A \subset T$ топологического пространства T имеется единственное замыкание, поэтому в примерах 4), 5) сказано ***the** closure*. Напротив, частичных порядков на множестве много, поэтому в 7) говорится ***a** partial order*.

Отметим еще, что перед конструкцией *is called* при желании можно поставить заголовок *Definition*, но нельзя, разумеется, ставить вводное выражение *We say that*.

Чтобы избежать назойливого повторения, конструкцию с *is called* можно иногда заменять на *is said to be*, как, например, в штампе

THE ⟨ объект ⟩ IS SAID TO BE THE ⟨ определяемый объект ⟩ IF ...

В случае, когда определяемые предметы находятся в множественном числе, в предшествующих штампах следует заменить *is* на *are*. Например:

The *vectors* $a_1, \ldots, a_n$ ***are*** *linearly independent* ***if*** ...

The *points* x, y ***are*** *called dual singular points** *of the surface* M ***if*** ...

Подведем промежуточный итог для читателя, который желает освоить минимальный набор штампов.

Чтобы дать определение, проще всего воспользоваться конструкцией с *is called*; для характеристик (прилагательных) она задается штампом

A ⟨ понятие ⟩ IS CALLED⟨ характеристика ⟩ IF ...

а для терминов (существительных) — штампом

⟨ термин ⟩ IS CALLED ⟨ определяемый термин ⟩ IF ...

притом перед термином ставится артикль *the*, если этот термин однозначно фиксируется определением, и артикль *a*, если определяемый термин представляет собой понятие (целый класс объектов).

Предлагаемые штампы годятся для сравнительно коротких определений. Но как быть с очень сложными, с теми, что не

* Артикль здесь (и в других случаях, когда речь идет об объектах в множественном числе) не требуется (ср. § 10).

умещаются в одну фразу после *if* (даже с привлечением дополнительных разделителей, например, *such that*)? Мы предлагаем два способа.

Первый основан на использовании штампов

A ⟨понятие⟩ IS CALLED ⟨характеристика⟩ IF THE FOLLOWING CONDITIONS HOLD: **(i)** … ; **(ii)** … ; …

A ⟨понятие⟩ IS CALLED ⟨определяемый термин⟩ IF THE FOLLOWING CONDITIONS HOLD: **(i)** … ; **(ii)** … ; …

в конце которых под номерами (i), (ii), … перечисляются условия, определяющие вводимый термин (характеристику). Здесь вопрос выбора артиклей решается так же просто, как выше.

Второй способ состоит в том, чтобы сначала описать контекст определения в виде нескольких штампов, начинающихся со слова *suppose** и разделенных точками с запятой (и/или «разделителями», см. § 11), а затем воспользоваться штампами

THEN THIS ⟨термин⟩ IS CALLED ⟨термин⟩

THEN THIS ⟨термин⟩ IS CALLED ⟨характеристика⟩

THEN ANY ⟨термин⟩ SUCH THAT [штамп] IS CALLED ⟨термин⟩

При этом слово ⟨термин⟩ в начале этих штампов, разумеется, не требует артикля (так как перед ним стоит *this*), и это слово должно было появиться в описании контекста (до *then*). Вопрос

* Здесь также возможна конструкция *let … be …* (о которой сказано подробно в § 23).

об артикле перед вторым термином в первом из этих двух штампов решается так же, как и выше.

Если вы даете много определений и не хотите все время повторять одну и ту же конструкцию, вы можете, во-первых, чередовать *is* и *is called*, во-вторых, вместо *is called* писать *is said to be* и, наконец, пользоваться *is*-конструкцией с вводным выражением *we (shall) say that*.

Если при определении фиксируется стандартное обозначение вводимого объекта, полезен следующий штамп:

⟨термин⟩ IS CALLED ⟨термин / характеристика⟩ AND IS DENOTED BY ⟨символ⟩

Например, можно сказать

The set of all limit points of $A \subset T$ ***is called*** *the closure of* A ***and is denoted by*** $\overline{A}$.

Очень часто этот штамп предваряется *suppose..., then* конструкцией.

Если вы хотите разнообразия и в этой ситуации, есть другой равносильный штамп:

IF [утверждение], THEN WE SAY THAT ⟨термин⟩ IS ⟨определяемый термин⟩ AND WRITE ⟨формула⟩

Читатель, конечно, понимает, как выбрать здесь артикли перед терминами. Заметим, что вместо определяемого термина здесь можно поставить и определяемую характеристику.

В заключение этого параграфа — несколько слов о конструкциях, в которых *is* и *is called* принципиально не годятся. Это бывает, в частности, в ситуациях, когда по-русски ключевой глагол в определении — не *называется*, *является*, *есть*, а глагол вроде *имеет* или *обладает*.

Например, как определить по-английски *наличие* неподвижной точки у отображения или сингулярности у поверхности? Здесь уместен следующий штамп:

WE SAY THAT ⟨ термин ⟩ HAS ⟨ определяемый термин ⟩ IF …

Например*,
We say that *the map* $f\colon X \to X$ ***has*** *a fixed point* x_0***, if*** $f(x_0) = x_0$.

Нельзя пользоваться конструкцией *is called* и в случае, когда определяемый объект вводится в виде символа — формулой. Тогда я предлагаю такой штамп:

BY DEFINITION, PUT ⟨ формула ⟩

Например,
By definition, put

$$\overline{A} = \{x \in T \mid x \textit{ is a limit point of } A\}.$$

Подведем итог параграфа: с небольшим числом исключений определения удобнее всего давать с помощью основной конструкции *is called*, которая используется как в чистом виде, так и с прибавлением *if…* с последующим перечислением или предваряется конструкцией *suppose …, then*.

* Этот пример любопытен еще тем, что каждый из артиклей можно изменить на противоположный; все равно получается хорошо звучащая по-английски фраза, а смысл ее мало меняется (ср. § 10).

§ 22. Как начать изложение теории (доказательства) и ввести обозначения

В первую очередь этот параграф посвящен наиболее употребительному штампу в английских математических текстах

LET ⟨ символ / термин ⟩ BE ⟨ термин ⟩

Этот оборот появляется как в формулировках теорем, так и в их доказательствах, особенно в начале (или в начале изложения теории), когда фиксируются рассматриваемые объекты и вводятся основные обозначения. Рассмотрим несколько примеров.

9) ***Let*** *$f: X \to Y$* ***be*** *a continuous map.*

10) ***Let*** *the domain D* ***be*** *bounded.*

11) ***Let*** *γ* ***be*** *a smooth curve and* ***let*** *the following condition* ***be*** *satisfied: for any $\varepsilon > 0$ ...*

12) ***Let*** *the number m* ***be*** *the least upper bound of the function f on the interval* $(0, 1)$.

Наиболее часто встречаются примеры, аналогичные 9); пользуясь терминологией §§ 8–9, их можно объединить в виде штампа

LET ⟨ символ ⟩ BE A ⟨ понятие ⟩

Достаточно часто используются и следующие штампы:

LET ⟨ символ ⟩ BE THE ⟨ объект ⟩

Например, ***Let*** *d* ***be the*** *degree of f.*

LET ⟨ символ ⟩ BE ⟨ характеристика ⟩

Например, ***Let*** *n* ***be*** *even.*

LET THE ⟨ объект ⟩ BE A ⟨ понятие ⟩

Например, ***Let the*** *origin* ***be a*** *critical point of f.*

LET THE ⟨объект⟩ BE THE ⟨объект⟩

Например, ***Let the*** *map* $f_* : H_1(X) \to H_1(Y)$ ***be the*** *homomorphism induced by* $f: X \to Y$.

Читатель, проработавший §§ 7–9 (и понимающий соответствующую математику!), здесь без труда поймет, когда нужно ставить артикли *the* и *a* и почему. Например, в самом последнем примере любой математик, хоть чуть-чуть знакомый с топологией, понимает, что в данном контексте (при фиксированном отображении $f: X \to Y$) имеется однозначно определенное индуцированное отображение f_* групп гомологий и поэтому дважды требуется артикль *the*.

Довольно часто в начале доказательств приходится фиксировать много обозначений. В этом случае можно итерировать конструкцию *let ... be ...*, например, можно написать
Let X be an arbitrary topological space, let $H^*(X)$ be its singular cohomology, and let n be the largest integer such that $H^n(X) \neq 0$.

Однако, я не очень рекомендую подобные длинные перечисления — они звучат, по-моему, слишком однообразно — и советую конструкцию *suppose ... is*.
Suppose *X* ***is*** *an arbitrary topological space, $H^*(X)$* ***is*** *its singular cohomology, and n* ***is*** *the largest integer such that* $H^n(X) \neq 0$.

Другой вариант перечисления с *let* состоит в том, чтобы пропускать все *be* (и все *let*) после первого.
Let *X* ***be*** *an arbitrary topological space, $H^*(X)$ its singular cohomology, and n the largest integer such that* $H^n(X) \neq 0$.

Обратите внимание на отличие английской пунктуации в этой фразе от русской: нет тире после $H^*(X)$ и n (эти тире по-английски недопустимы, и скорей всего будут прочитаны англоязычными математиками как знаки минус), а запятая перед *and* — обязательна (здесь перечисление: см. § 11).

Другой широко распространенный способ вводить обозначения основан на следующем штампе:

$\boxed{\text{BY } \langle\text{символ}\rangle \text{ DENOTE } \langle\text{термин}\rangle}$

Например,
By $H^*(X)$ ***denote the*** *cohomology of* X.
By g ***denote an*** *arbitrary element of* G.

Очень часто этот штамп участвует в составной конструкции (§ 11) с разделителями ***such that***, ***where*** и др., например,
By g ***denote*** *an arbitrary element of* G, ***where*** *the group* G *satisfies the assumptions of Theorem* 2.3.
By B ***denote*** *a nondegenerate form on* $C^\infty(M)$ ***such that*** $\langle A, B\rangle = 0$.

Можно, конечно, предварить введение обозначений необходимыми сведениями, пользуясь конструкцией *suppose* ... ; *then* ... ..., например,
Suppose I *is a directed set,* $\pi_{ij}\colon Y_i \to Y_j$ *are epimorphisms and the sets* Y_i *are finite*; ***then by*** $Y = \lim Y_i$ ***we denote*** *the projective limit of the family* $\{Y_i, \pi_{ij};\ i, j \in I\}$.

Обратите внимание на *we*, поставленный перед *denote* — это местоимение можно ставить перед *denote* и в предыдущих примерах. В последнем же примере (и вообще после *suppose* ... ; *then* ...) это *we* желательно (повелительное наклонение *denote* — без *we* — не очень хорошо звучит после условного *if* ... , *then* ...).

В начале доказательств часто встречается штамп

$\boxed{\text{CONSIDER } \langle\text{термин}\rangle}$

тоже используемый для введения рассматриваемых понятий и их обозначений.

Пример: ***Consider*** *a subgroup* H *of* G ***such that*** $g_0 \in H$.

И, наконец, — менее универсальная конструкция, без которой, однако, бывает трудно обойтись:

SUPPOSE ⟨термин⟩ SATISFIES ⟨ссылка⟩

чаще всего используемая в более частном виде:

SUPPOSE ⟨термин⟩ SATISFIES THE ASSUMPTION(S) OF ⟨ссылка⟩

Например,

Suppose *the space* X ***satisfies*** (1.2) *and* (1.3).

Suppose *the dynamical system* E ***satisfies the conditions of*** *Theorem* 2.3.

По ходу доказательства или в изложении теории часто бывает необходимо сформулировать не установленное еще утверждение, а затем его тут же доказать. Тогда очень удобно пользоваться замечательным словом ***claim*** (это и существительное, и глагол), которое не имеет адекватного перевода на русский. (В устной речи неплохим переводом ***we claim that*** ... будет «теперь я утверждаю, что».) Вот один из штампов с этим словом:

WE CLAIM THAT [утверждение]. INDEED, ...

Например,

We claim that *φ is an isomorphism.* ***Indeed,*** *this follows from Theorem A and five-lemma.*

Наконец, довольно специальная, однако используемая во всех разделах математики конструкция:

⟨термин⟩ IS UNIQUELY DETERMINED BY ⟨термин / ссылка⟩

Например,
The value of the pairing $\langle h, c \rangle$ ***is uniquely determined by*** *the homology class of c.*
The constant C ***is uniquely determined by*** *the initial condition.*

§ 23. Как сформулировать теорему

В этом параграфе мы обсуждаем формулировки теорем, лемм, предложений, следствий и просто утверждений, встречающихся в изложении теорий или в доказательствах. В отличие от определений, где хватает, в сущности, одного штампа, здесь можно использовать почти все разнообразие предлагаемых нами конструкций. И все же некоторые общие указания в этом случае уместны.

Начну с того, что наиболее распространенные конструкции *is, is a, is the*, о которых уже говорилось в §§ 7, 9, 21, тоже используются при формулировке теорем. На них я останавливаться здесь не буду (считаю, что они уже освоены читателем), и ограничусь одним примером.

Proposition 4.1. *The injective map* $j : Y \to \Omega_k$ *is an embedding.*

Далее замечу, что бо́льшая часть теорем с точки зрения логики имеют вид $A \Rightarrow B$ или $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$, и поэтому короткие теоремы хорошо укладываются в конструкцию

IF [утверждение], THEN [утверждение]

Lemma 8.1. *If* $d \colon X \times X \to \mathbb{R}$ *is the function defined above on* X, *then* $d(a,b) = d(b,a)$ *for all pairs* $x, y \in X$.

В более длинных теоремах используются штампы

SUPPOSE [утверждение]; THEN [утверждение]

LET ⟨термин⟩ BE ⟨термин⟩; THEN [утверждение]

Примеры.

Theorem 6.6. ***Suppose*** *the regular Fréchet space F satisfies the second axiom of countability*; ***then*** *there exists an embedding of F into the Hilbert cube I^N.*

Proposition 11. *Suppose the extension E is totally ramified over K.* ***Let*** Π ***be an*** *element of order* 1 *at* $\mathcal{B}$; ***then*** Π *satisfies the Eisenstein equation*

$$X^l + a_{l-1}X^{l-1} + \cdots + a_0 = 0.$$

Принципиально другое логическое строение теорем — разного рода формулировки необходимых и достаточных условий: $A \Longleftrightarrow B$. Вот наиболее экономный штамп:

[утверждение] IFF [утверждение]

*

Lemma 1. *M is parallelizable* ***iff*** $\omega_2(\tau) = 0$.

Более торжественно необходимые условия формулируются так:

FOR ⟨термин⟩ TO BE A ⟨термин⟩ IT IS NECESSARY AND SUFFICIENT TO HAVE [формула]

A NECESSARY AND SUFFICIENT CONDITION FOR ⟨термин⟩ TO BE A ⟨понятие⟩ IS THAT ⟨термин⟩ BE ⟨ термин / характеристика ⟩

Theorem 2. ***For*** *the homomorphism ψ* ***to be*** *a monomorphism* ***it is necessary and sufficient to have*** $\psi^{-1}(e) = e$.

Theorem 3. ***A necessary and sufficient condition for*** dF ***to be a*** *local homeomorphism* ***is that*** *the Jacobian J_F* ***be*** *nonzero*.

* Вместо ***iff*** здесь можно написать более подробно ***if and only if***.

Другой логический тип часто встречающихся теорем характеризуется формулой

$$A \Longrightarrow (B_1 \Longleftrightarrow B_2 \Longleftrightarrow \ \dots \ \Longleftrightarrow B_k);$$

словами такую теорему можно высказать так:

SUPPOSE [утверждение]; THEN THE FOLLOWING CONDITIONS ARE EQUIVALENT: (i) [утверждение 1]; (ii) [утверждение 2]; ...

Отметим теперь полезный оборот, с которого начинаются многие формулировки:

UNDER THE CONDITIONS OF ⟨ссылка⟩, WE HAVE [утверждение / формула]

Lemma 3. ***Under the conditions of*** *Lemma* 1, **we have** $w_*(e) = \phi(\tau)$.

В этом штампе выражение *we have* можно заменить на запятую, особенно если [ ] состоит из выделенной формулы.

Приведем еще одну более сложную логическую схему для теорем:

$$A \Longrightarrow ((B_1 \vee B_2) \Longrightarrow C).$$

Подобную теорему можно выразить так:

LET ⟨термин⟩ BE ⟨термин⟩; IF EITHER [утверждение 1] OR [утверждение 2], THEN [утверждение]

По этому образцу (и предыдущим) читатель, при желании, может построить еще более логически изощренные формулировки.

Однако текст будет более понятным, если при этом не будут возникать слишком длинные предложения.

§ 24. Как комментировать вычисления

По-видимому, с языковой точки зрения комментарии к вычислениям (скажем в работах по дифференциальным и интегральным уравнениям, или вообще по анализу) — наиболее простой раздел английского математического языка. Все же и здесь полезно владеть наиболее употребляемыми штампами и уметь обходить имеющиеся подводные камни.

Обычно подобные тексты начинаются с введения обозначений. Лексически здесь нет ничего нового по сравнению с § 22, разве что формулы более громоздки и чаще выносятся на отдельные строки.

Непосредственно в комментариях вычислений наиболее употребительны следующие обороты:

WE HAVE ⟨формула⟩

THEREFORE, WE HAVE ⟨формула⟩

THEREFORE, ⟨формула⟩

Вводное выражение *Therefore* в этих штампах можно заменить на *Hence*, *Whence* или (в конце рассуждения) на *Thus*. Для разнообразия, *we have* можно разбавлять словечками *clearly*, *obviously* и т. п., например,

WE OBVIOUSLY HAVE ⟨формула⟩

В самом процессе вычислений вместо *we have* чаще используются

WE GET ⟨формула⟩	WE OBTAIN ⟨формула⟩

но обычно этим штампам предшествует пояснение о том, как именно эта формула получается. Приведем конкретные примеры наиболее популярных пояснений.

Using ⟨ (2.7) ⟩, ***we get*** ⟨ формула ⟩.
If we combine this with ⟨ Lemma 1 ⟩, ***we get*** ⟨ формула ⟩.
Combining ⟨ (11), (17) and (7) ⟩, ***we obtain*** ⟨ формула ⟩.
Substituting ⟨ $2x$ ⟩ ***for*** ⟨ u ⟩ ***in*** ⟨ (3.2) ⟩, ***we get*** ⟨ формула ⟩.
If we replace ⟨ u ⟩ by ⟨ $2x$ ⟩ in ⟨ (3.2) ⟩, ***we obtain*** ⟨ формула ⟩.
Since [утверждение], ***it follows that*** ⟨ формула ⟩.
Adding ⟨ $3\Delta^2$ ⟩ ***to both sides, we get*** ⟨ формула ⟩.
Multiplying both sides by ⟨ $T(x)$ ⟩, ***we obtain*** ⟨ формула ⟩.
Summing ⟨ (2.1), (2.5), and (2.7) ⟩, ***we get*** ⟨ формула ⟩.
Subtracting ⟨ (1.7) ⟩ *from* ⟨ (1.2) ⟩, ***we get*** ⟨ формула ⟩.

Вот еще несколько более специальных примеров:

Integrating ⟨ (3.1) ⟩ ***in*** ⟨ x ⟩, ***we obtain*** ⟨ формула ⟩.
By ⟨ Lemma 3 ⟩, ⟨ формула ⟩, ***so that*** ⟨ формула ⟩.
⟨ The integral (3.2) ⟩ ***is majorized by*** ⟨ формула ⟩.
Now if we recall ⟨ (1.3) and (2.7) ⟩, ***we get*** ⟨ формула ⟩.
It now follows that ⟨ формула ⟩.
Now, by ⟨ Property (5) ⟩, ⟨ формула ⟩.
The application of ⟨ Theorem 5 ⟩ ***yields*** ...

Ближе к концу вычислений уместны следующие обороты:

Finally, we obtain ⟨ формула ⟩.
The result is ⟨ формула ⟩.
Thus we have ⟨ формула ⟩.
To conclude the proof, it remains to note that ⟨ формула ⟩.

Заключительным аккордом данного вычисления может прозвучать стандартная фраза

This completes the proof of ⟨ Theorem 3 ⟩.

§ 25. Как вводить алгебраические структуры

Алгебраические тексты писать, как правило, очень просто, и обычно хватает тех штампов, что были описаны в §§ 7, 20–23. Здесь мы ограничимся несколькими специфическими оборотами, связанными с введением бинарных операций.

LET THE ⟨объект⟩ BE THE ⟨объект⟩ WITH RESPECT TO THE ⟨объект⟩

Let $\mathbb{Z}_m$ ***be*** *the group of integers modulo* m ***with respect to*** *the sum operation.*

Let $\mathrm{Mat}(n)$ ***be*** *the algebra of square* $n \times n$ *matrices* ***with respect to the*** *ordinary multiplication of matrices.*

На самом деле «хвост» ***with respect to*** (с последующим описанием алгебраической операции, или другой структуры) часто используется не только в статьях по алгебре. Приведем два примера:

W is a Banach space with respect to the norm $\|\cdot\|$.

The sequence $\{f_n\}$ *has a finite limit* ***with respect to*** *the weak topology.*

Для более конкретного описания бинарной операции полезен следующий штамп:

DEFINE THE ⟨объект⟩ OF TWO ⟨понятия⟩ AS THE ⟨объект⟩

Define the *convolution* ***of two*** *functions* $f, g \in W$ ***as*** *the integral* $\int K f \cdot g\, dx$.

Define the *product* ***of two*** *equivalence classes* $\{a\}, \{b\} \bmod p$ ***as*** $\{a\}, \{b\} = \{a \cdot b\} \bmod p$.

В алгебраических построениях часто приходится иметь дело с классами эквивалентностей, а затем доказывать корректность определений и конструкций. Здесь можно пользоваться таким оборотом:

THE ⟨объект⟩ IS WELL DEFINED

снабжая его подходящим вводным выражением, например,

It is easy to prove that the product $\{a\}\cdot\{b\}$ ***is well defined.***
Obviously, the scalar product ***is well defined.***

(Имейте ввиду, что слово *correct* означает «правильно», а вовсе не *корректно*.)

Приведем один стандартный оборот, часто используемый в гомологической и категорной алгебре:

CONSIDER THE FOLLOWING COMMUTATIVE DIAGRAM:

за которым, разумеется, следует обещанная диаграмма; при необходимости слово *commutative* можно опустить, а вместо *consider* сказать *we have* или *we get*.

§ 26. Как описывать соответствия, отображения и функции

Как и в случае определений (ср. § 21), наиболее популярный способ устанавливать соответствия (на русском языке):

тому-то поставим в соответствие то-то

при дословном переводе на английский звучит несуразно (и, скорее всего, будет непонятным англоязычному читателю).

Если мы желаем сохранить естественный порядок «прообраз, затем образ», можно пользоваться конструкцией

TO EACH ⟨термин⟩ ASSIGN ⟨термин⟩

To each *point* x ***assign*** *the point* $y = x^2$,

но по-английски более часто встречается обратный порядок:

⟨термин⟩ CORRESPONDS TO ⟨термин⟩

The point $y = x^2$ ***corresponds to*** *the point* x.

⟨ термин ⟩ IS ASSIGNED TO ⟨ термин ⟩

The point $y = x^2$ ***is assigned to*** x.

Разумеется, слова *assign* и *correspond* можно заменять стрелками, как например в конструкции

LET ⟨ термин ⟩ BE GIVEN BY ⟨ формула ⟩

Let *the map* f ***be given by*** $x \mapsto f(x) = x^2$.

Более подробное описание отображения (с указанием области определения и множества значений) дается так:

LET ⟨ термин ⟩ BE THE MAP OF ⟨ термин ⟩ TO ⟨ термин ⟩ SUCH THAT ⟨ формула ⟩ FOR ALL ⟨ термин ⟩

Let f ***be the map of*** $\mathbb{R}$ ***to*** $\mathbb{R}$ ***such that*** $f(x) = x^2$ ***for all*** $x \in \mathbb{R}$.

Если отображение не всюду определено, предлог *of* нужно заменить на *from*, как например в предложении

LET ⟨ термин ⟩ BE THE MAP FROM ⟨ термин ⟩ TO ⟨ термин ⟩ SUCH THAT [утверждение]

Let $\sqrt{}$ ***be the map from*** $\mathbb{R}$ ***to*** $\mathbb{R}$ ***such that*** $(\sqrt{x})^2 = x$ *and* $x \geq 0$.

Но, пожалуй, наиболее популярная конструкция для построения отображений — следующая:

LET THE ⟨   ⟩ TAKE EACH ⟨   ⟩ TO ⟨   ⟩

Здесь первый пробел заполняется названием отображения (функции), а последующие — прообразом (аргументом) и образом (значением функции), например,

Let the *function* f ***take each*** *point* x ***to*** x^2.
Let the *homomorphism* ϕ_n ***take each*** *element* $g \in G$ ***to*** *the conjugate element* $\phi_n(g) = h^{-1}gh$.
Let the *projection* p_3 ***take each*** *point* (x, y, z) ***to*** $(x, y, 0)$.

Если мы хотим подчеркнуть, что здесь дается *обозначение* для вводимого отображения, можно пользоваться следующими вариантами предыдущего оборота:

LET ⟨термин⟩ BE THE ⟨объект⟩ THAT TAKES EACH ⟨термин⟩ TO ⟨термин⟩

Let p_3 ***be the*** *projection* ***that takes each*** *point* (x, y, z) ***to*** $(x, y, 0)$.

DENOTE BY ⟨термин⟩ THE ⟨объект⟩ THAT TAKES EACH ⟨термин⟩ TO ⟨термин⟩

Denote by p_3 *the projection* **that takes each** *point* (x, y, z) **to** $(x, y, 0)$.

Заметим, что последнее определение лучше выражается с помощью одного из общих штампов для определений (§ 21), например:

By $p_3 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ *denote the projection along the* z*-axis.*

Если же мы описываем действие отображения (например, введенное раньше или вводимое по ходу дела), то удобна следующая конструкция:

THE ⟨термин⟩ TAKES ⟨термин⟩ TO ⟨термин⟩

Например,

The projection along the z*-axis takes the plane* $x = y$ *to the main diagonal of the* xy*-plane.*

The canonical homomorphism $\phi : G \to G/H$ *takes each element* $g \in G$ *to the corresponding coset* $gH \in G/H$.

Обратите внимание, что глагольная форма *takes* (а также *take*) применяется не только к отдельным точкам, но и к множествам.

Заметим отдельно, что выражение *при отображении* переводится как *under the map*, так что говорят, например,

The image of X *under the map* p_3 *is* $p_3(X)$.
The inverse image of an element of G/H *under the canonical homomorphism* $G \to G/H$ *is a coset.*

Два других важных выражения с предлогами — это *extention to* и *restriction to*. Вот пример их использования:

BY ⟨термин⟩ DENOTE THE RESTRICTION OF ⟨термин⟩ TO ⟨термин⟩

By $f|_A$ *denote the restriction of* f *to the subset* $A \subset X$.

LET ⟨термин⟩ BE THE EXTENSION OF ⟨термин⟩ TO ⟨термин ...⟩

Let $\bar{f}$ *be the extension of* f *to* $Y \supset X$ *by the identity on the set* $Y \setminus X$.

Обратите здесь внимание на использование предлогов *of* и *by*.

§ 27. Как описывать топологические и геометрические построения

Это, наверное, труднее всего. Разумеется, я не берусь обучить вас писать на том образном, но ясном языке, которым пользуются такие авторы, как Милнор, Берже или Кокстер. Читателю придется сдерживать свое стремление к наглядным описаниям и писать формально и сухо. Начнем с описания конструкций, встречающихся в геометрии и геометрической топологии.

С этой целью мы перечислим ряд глаголов, описывающих те или иные геометрические действия, помещая в скобках подходящие к ним предлоги*:

move, shift, bend, push (*to, along, into, away from*);
project (*on, along*);
embed (*in, into, by*);
map (*to, onto, into*),
restrict (*to*);
identify (*with*);
attach, glue, paste (*to, along, together*);
collapse (*to, onto*);
join (*with, to*);
remove (*from*);
put in general position (*with respect to*);
extend (*to, by*).

Эти глаголы можно использовать в повелительном наклонении (в начале фразы или после слов *let us*), а также в *ing*-овой форме (в начале фразы, с последующим переходом к продолжению за счет оборота типа *we obtain* или *we can assume that*). Вот несколько примеров:

Move the variety V away from C along the trajectories of the vector field X.
Let us attach the handle $D^k \times D^{n-k}$ to the manifold W along the base $S^{k-1} \times D^{n-k} \subset \partial W$.
Putting M in general position with respect to F, we can assume that $\dim(M \cap F) = 0$.
Gluing together the neighborhoods U_i, we obtain the manifold M.

Значительную часть геометрических текстов составляет обсуждение различных отображений, но для этого хватает оборотов, приведенных в § 24 (см. также приложение I, пункт (G)).

* Более полная сводка использования предлогов имеется в Приложении III.

Некоторой экономии места при описании отображений можно достичь, добавляя деепричастия к глаголу *map* (или глаголам, перечисленным в начале этого параграфа). Вот несколько таких деепричастий:

continuously, diffeomorphically, smoothly, isometrically, analytically, birationally.

Примеры:

Extend the map Φ *smoothly to all of* $\mathbb{R}^n$.
The projection p *maps* M *diffeomorphically onto* N.

§ 28. Комментарии и ссылки

Я не рекомендую начинающим авторам пытаться вложить глубокий или тонкий смысл в комментарии, а советую ограничиваться для безопасности стандартными оборотами.

Для начала, вот несколько способов обойти доказательство за счет комментария:

THE PROOF IS ⟨ ⟩

The proof is omitted.
The proof is trivial.
The proof is given in § 5.
The proof is found in [2].

THIS ⟨ссылка⟩ WAS PROVED BY ⟨ ⟩

This lemma was proved by Smale (*see* [2]).
This was proved by Postnikov in [5].

THIS ⟨ссылка⟩ CAN BE PROVED BY ⟨ ⟩

This lemma can be proved by standard methods of KAM theory.
This theorem can be proved by direct calculations.

Если вы все же решились привести доказательство, но начинаете со вспомогательных утверждений, можно сказать так:

TO PROVE ⟨ссылка⟩, WE NEED ⟨ссылка⟩

To prove Theorem 2*, we need several lemmas.*
To prove this statement, we need some notation.

Если вы будете доказывать от противного, то можно сказать:

The proof is by reductio ad absurdum.

Но это несколько старомодно, и лучше начать так:

ASSUME THE CONVERSE. THEN ...

Закончить тогда можно стандартной фразой

THIS CONTRADICTION PROVES ⟨ ⟩

This contradiction proves the theorem,
или комбинацией из двух фраз, которую мы сразу проиллюстрируем примером:
This contradicts Lemma 2.1*. The theorem is proved.*
Если вы доказываете что-то по индукции, то можно начать так:

THE PROOF IS BY INDUCTION ON ⟨ ⟩

Вместо *on* в последние годы многие математики говорят *over*.
The proof is by induction on n.
The proof is by induction over the dimension of V.

Продолжить можно (иногда) штампом

FOR ⟨ ⟩, THERE IS NOTHING TO PROVE

For $n = 1$, *there is nothing to prove.*

Этот штамп бывает полезен и в других контекстах, например, *For the case* $M = \mathbb{C}P^2$, *there is nothing to prove.*

В процессе индукции часто используются штампы

BY THE INDUCTION HYPOTHESIS, ...

BY THE INDUCTIVE ASSUMPTION, ...

By the induction hypothesis, a_{n-1} *is divisible by* b.
By the inductive assumption, ϕ_{n-1} *is injective.*

Если вы доказываете разбором случаев или поэтапно, полезны следующие штампы:

LET US CONSIDER $\langle\quad\rangle$ CASES. CASE 1: ...

THE PROOF IS IN $\langle\quad\rangle$ STEPS. STEP1: ...

В обоих случаях пробелы $\langle\quad\rangle$ заменяются числом.

Часто в математических текстах подчеркивается полезность чего-либо для дальнейшего, и хотя без подобных комментариев прекрасно можно обойтись, мы приведем одну такую конструкцию:

THE FOLLOWING $\langle\quad\rangle$ ARE NEEDED FOR THE SEQUEL

The following lemmas are needed for the sequel.

Иногда нужно указывать на сравнительную силу тех или иных утверждений; здесь работают такие штампы:

$\langle$ссылка$\rangle$ IS STRONGER THAN $\langle$ссылка$\rangle$

$\langle$ссылка$\rangle$ IS WEAKER THAN $\langle$ссылка$\rangle$

Theorem 2.1 *is stronger than Theorem A in* [3].

The following condition is weaker than (2.5).
This assumption is stronger than condition (i).

В описанных здесь комментариях уже появились ссылки на литературу, в частности в наиболее стандартном виде, именно

(SEE ⟨номер⟩)

Приведем несколько более сложных примеров ссылок:

IN ⟨ссылка⟩, ⟨автор⟩ PROVED THAT [...]

In his paper [3], *Rokhlin proved that* $\Omega_3 = 0$.

⟨ссылка⟩ WAS CONSIDERED BY ⟨автор⟩ IN ⟨ссылка⟩

The case $n = 2$ *was considered by Mostow in* [5].
Morse theory for sheaves was developed by Hirsch in his book [2].

Разумеется, мы ограничились здесь очень небольшим спектром штампов-комментариев. Расширять этот спектр можно, пользуясь конструкцими, найденными у англосаксонских математиков, но начинающим авторам (а также самоуверенным маститым) я настойчиво советую сводить комментарии к минимуму.

§ 29. Введение к статье

Здесь, как и во многих других разделах, мои рекомендации — скорее негативного свойства: пишите очень короткие введения, ограничиваясь, например, одной фразой:

THE AIM OF THIS PAPER IS TO PROVE THE FOLLOWING ...

(далее следует формулировка основного результата).

IN THIS PAPER, FOLLOWING $\left\langle \begin{matrix}\text{ссылка}\\ \text{автор}\end{matrix} \right\rangle$ WE CONSIDER ...

Еще лучше, напишите в виде заголовка слово

Introduction,

кратко сформулируйте основные (новые) определения и результаты, попутно сошлитесь на близкие работы:

THIS GENERALIZES RESULTS OF $\left\langle \begin{matrix}\text{ссылка}\\ \text{автор}\end{matrix} \right\rangle$

THIS STRENGTHENS A THEOREM OF $\left\langle \begin{matrix}\text{ссылка}\\ \text{автор}\end{matrix} \right\rangle$

USING METHODS OF $\left\langle \begin{matrix}\text{ссылка}\\ \text{автор}\end{matrix} \right\rangle$, WE SHOW THAT ...

опишите план статьи (если она не очень короткая):

THIS PAPER IS ORGANIZED AS FOLLOWS. IN § 1, WE ...

и, наконец, поблагодарите научного руководителя:

THE AUTHOR IS GRATEFUL TO PROFESSOR $\langle \quad \rangle$ FOR CONSTANT ATTENTION TO THIS WORK ...

и/или коллегу:

... AND TO $\langle \quad \rangle$ FOR USEFUL DISCUSSIONS

В современных работах благодарности часто выражаются под заголовком

Acknowledgements

и включают стандартную фразу

THIS RESEARCH WAS PARTIALLY SUPPORTED BY ...

где вместо многоточий стоит что-то вроде *an AMS fSU grant.* Полезен и такой оборот: *This research was carried out while the author was visiting at* $\langle \dots \rangle$ или *I would like to express my gratutude to professor* $\langle \dots \rangle$ *for his hospitality.*

Но всем этим не стоит увлекаться. Пусть четко изложенное математическое содержание вашей статьи говорит само за себя!

Список математических штампов

Для тех читателей, которые обратились к этому приложению, не прочитав основные разделы книги (§§ 5–9, 11), отмечу, что, как правило, предложения английского математического языка можно строить, комбинируя штампы с помощью так называемых разделителей (таких словечек, как ***where***, ***such that*** и т. п.). Поэтому я советую хотя бы просмотреть §§ 7–9 (где обясняется смысл слов **термин, характеристика, ссылка и** поясняется, как обращаться с артиклями) и § 11 (разделители), прежде чем строить предложения по нижеследующим спискам штампов.

Начинающему читателю я настоятельно рекомендую твердо усвоить основные штампы (их всего 12), по своему усмотрению выписать и освоить еще штук 10–20 и, пролистав пару статей по своей специальности*, отобрать из них еще штук 10. С полученным списком из 30–40 штампов стоит немного поупражняться (покомбинировать их с помощью разделителей, как в § 11) и добавить выбранный по вкусу список вводных выражений (см. § 13 и Приложение II). После этого можно начинать писать текст своей статьи на этой основе. При этом надо не переводить, а пересказывать русский текст, а еще лучше сразу писать по-английски из головы или по черновым формульным записям.

(А) Основные штампы.

Эти штампы используются постоянно во всех математических текстах. В обычных англоязычных статьях они составляют от 60 до 70% оборотов. Комбинируя их, можно в принципе выразить практически любую математическую семантику. Поучительно,

* Написанных авторами с англосаксонскими фамилиями: японские, немецкие, французские авторы в качестве образцов очень опасны!

что почти все основные штампы пословно не переводятся, или плохо переводятся на русский — это чисто английские идиомы.

Для читателей, освоивших различие между «объектами» и «понятиями» (§§ 9, 10), отметим, что в штампах из этого списка среди терминов мы не различаем объекты и понятия, и поэтому не указываем артикли; читателя, не владеющего этим искусством, мы отсылаем к §§ 9, 10. Впрочем, правильно расставить артикли помогают приведенные после каждого штампа примеры применения этих штампов.

1. ⟨ термин ⟩ IS ⟨ характеристика ⟩.
   The function f is continuous.
   Функция f — непрерывна.

2. ⟨ термин ⟩ IS ⟨ термин ⟩.
   The set R is a ring.
   Множество $\mathbb{R}$ является кольцом.

3. CONSIDER ⟨ термин ⟩.
   Consider the point $(1,1) \in \mathbb{R}^2$.
   Рассмотрим точку $(1,1) \in \mathbb{R}^2$.

4. WE HAVE ⟨ выделенная формула ⟩.
   We have
   $$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \tag{1}$$
   Имеем
   $$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \tag{1}$$

5. LET ⟨ символ или термин ⟩ BE ⟨ термин ⟩.
   Let V be a vector space.
   Пусть V — векторное пространство.

6. FOR ANY ⟨ символ или термин ⟩ THERE EXISTS ⟨ термин ⟩.
   For any continuous map $f\colon I \longrightarrow I$ there exists a fixed point $c \in I$.
   Для любого отображения $f\colon I \longrightarrow I$ существует неподвижная точка $c \in I$.

7. BY ⟨ символ ⟩ DENOTE ⟨ термин ⟩.

By $\mathbb{R}$ *denote the set of real numbers.*

Обозначим через $\mathbb{R}$ множество действительных чисел.

8. IT FOLLOWS FROM ⟨ ссылка ⟩ THAT [утверждение].

It follows from Lemma 2 that α *is injective.*

Из Леммы 2 следует, что α инъективно.

9. ⟨ термин ⟩ IS CALLED ⟨ определяемое понятие ⟩ IF [утверждение].

A manifold is called acyclic if $H^i(M) = 0$ $(i > 0)$.

Многообразие называется ацикличным, если $H^i(M) = 0$ $(i > 0)$.

The map $s\colon B \to E$ *is called a section of* ξ *if* $\xi \circ s = \mathrm{id}$.

Отображение $s\colon B \to E$ называется сечением расслоения ξ, если $\xi \circ s = \mathrm{id}$.

10. IF [утверждение], THEN [утверждение].

If $D(f)$ *is compact, then* f *is bounded.*

Если $D(f)$ — компактно, то f — ограничена.

11. [утверждение] IF AND ONLY IF* [утверждение].

A closed 3-manifold M *is* S^3 *if and only if* $\pi_1 M = 0$.

Замкнутое трехмерное многообразие M является сферой S^3 тогда и только тогда, когда $\pi_1 M = 0$.

12. ⟨ термин ⟩ HAS THE FORM ⟨ формула или ссылка ⟩.

The simplest parabola has the form $x^2 = y$.

Простейшая парабола имеет вид $x^2 = y$.

(B) Модификации основных штампов

Здесь собраны видоизменения основных штампов (связанные, например, с множественным числом); они обозначены теми же номерами, только со штрихами.

1′. ⟨ термины ⟩ ARE ⟨ характеристика ⟩.

* Вместо *if and only if* часто используется стандартное сокращение *iff*.

The numbers 5 *and* 17 *are prime.*

Числа 5 и 17 — простые.

2′. ⟨ термины ⟩ ARE ⟨ термины ⟩.

$\mathbb{Z}$ *and* $\mathbb{Q}$ *are abelian groups.*

$\mathbb{Z}$ и $\mathbb{Q}$ — абелевы группы.

Обратите внимание на букву *s*, указывающую на множественное число в конце примера 2′, и на ее отсутствие в примере 1′: по английски прилагательные неизменяемы по числу.

Добавляя слово *not* после *is* или *are*, мы получаем логические отрицания штампов 1, 2, 1′, 2′.

3′. TAKE ⟨ термин ⟩.

Take a point $x \in X$.

Возьмем точку $x \in X$.

Этот оборот синонимичен штампу 3, им следует пользоваться, чтобы разнообразить речь. Аналогичную (стилистическую) роль играют обороты 4′ и 4″ по отношению к 4:

4′. WE GET ⟨ выделенная формула ⟩.

4″. WE OBTAIN ⟨ выделенная формула ⟩.

5′. LET ⟨ термины ⟩ BE ⟨ термины ⟩.

Let x, y, z *be the coordinates in* $\mathbb{R}^3$.

Пусть x, y, z — координаты в $\mathbb{R}^3$.

5″. LET ⟨ термин или символ ⟩ BE ⟨ термин ⟩, ⟨ термин или символ ⟩ BE ⟨ термин ⟩, ….

Let M *be a manifold,* X *be a vector field on* M*, and* $x_0 \in M$ *be the initial point.*

Пусть M — многообразие, X — векторное поле и $x_0 \in M$ — начальная точка.

По английски категорически нельзя заменять повторяемый глагол на тире, а слово *be* лучше повторять; обратите внимание на запятую перед *and* (ср. с § 11).

В штампе 6 можно опустить начальные *for any*:

6′. THERE EXISTS ⟨ термин ⟩.

There exists a nontrivial smooth solution of the Bellman equation.

Существует нетривиальное гладкое решение уравнения Беллмана.

Множественное число получается так:

6$''$. THERE EXIST ⟨термин⟩.

There exist two maximums of the function f.

У функции f существуют два максимума.

Добавляя слово *unique* после *exists*, получаем следующие важные штампы.

6$'''$. FOR ANY ⟨термин или символ⟩ there exists a unique ⟨термин⟩.

For any bounded sequence there exists a unique least upper bound.

Для любой ограниченной последовательности существует единственная точная верхняя грань.

6$''''$. THERE EXISTS A UNIQUE ⟨термин⟩.

There exists a unique nontrivial subgroup of G.

Существует единственная нетривиальная подгруппа группы G.

7$'$. LET ⟨символ⟩ DENOTE ⟨термин⟩.

Let p_0 denote the largest prime.

Обозначим через p_0 наибольшее простое число.

8$'$. BY ⟨ссылка⟩, IT FOLLOWS THAT [утверждение].

By Lemma 1, it follows that V is semialgebraic.

Из леммы 1 следует, что V — полуалгебраическое множество.

8$''$. USING ⟨ссылка⟩, WE GET [утверждение].

Using (5.3), (5.7), *and* (6.2), *we get*

$$w^*(L) = 0. \tag{6.3}$$

Пользуясь (5.3), (5.7) и (6.2), мы получаем

$$w^*(L) = 0. \tag{6.3}$$

9′. ⟨ термин ⟩ IS CALLED ⟨ определяемое понятие ⟩.

The number $\Delta = b^2 - 4ac$ *is called the discriminant of equation* (1).

Число $\Delta = b^2 - 4ac$ называется дискриминантом уравнения (1).

9″. ⟨ термины ⟩ ARE CALLED ⟨ определяемые понятия ⟩.

Solutions of the equation $|A - \lambda E| = 0$ *are called eigenvalues of* A.

Решения уравнения $|A - \lambda E| = 0$ называются собственными значениями оператора A.

Если утверждения в штампе 10 достаточно длинные, можно разбить фразу на две следующим образом:

10′. SUPPOSE [утверждение]; THEN [утверждение].

(С) Определения и обозначения

Под этим заголовком можно было бы поместить штампы 7, 7′, 9, 9′ и 9 >>, но они попали в «основные». Здесь приводятся менее ходовые.

13. ⟨ термин ⟩ IS SAID TO BE ⟨ название ⟩ IF [утверждение].

A group G *is said to be commutative if* $\forall g', g >> \in G$, $g' * g >> = g >> * g'$.

Говорят, что группа G коммутативна, если $\forall g', g >> \in G$, $g' * g >> = g >> * g'$.

A set with operations $\oplus$, $\odot$ *is said to be an idempotent semiring if the operations satisfy conditions* (1) ...

Говорят, что множество с операциями $\oplus$, $\odot$ есть идемпотентное полукольцо, если эти операции удовлетворяют условиям (1) ...

14. ... ; THEN THIS ⟨ термин ⟩ IS CALLED ⟨ название ⟩.

... ; *then this group is called abelian.*

... ; тогда эта группа называется абелевой.

... ; *then this set is called the convex hull of* A.

...; тогда это множество называется выпуклой оболочкой множества A.

15. WE SAY THAT ⟨термин⟩ HAS ⟨название⟩ IF [утверждение].

We say that the polynomial $p = a_n x^n + \cdots + a_0$ *has degree* n, *if* $a_n \neq 0$.

Говорят, что полином $p = a_n x^n + \cdots + a_0$ имеет степень n, если $a_n \neq 0$.

16. ⟨термин⟩ IS CALLED ⟨название⟩ IF THE FOLLOWING CONDITIONS HOLD: **(i)** [утверждение]; **(ii)** [утверждение]; ...

A set with operations $\oplus$, $\odot$ *is called an idempotent semiring if the following conditions hold*:
(i) $a \odot (b \oplus c) = (a \odot b) \oplus (a \odot c)$; (ii) ...

Множество с операциями $\oplus$, $\odot$ называется идемпотентным полукольцом, если выполнены следующие условия:
(i)$a \odot (b \oplus c) = (a \odot b) \oplus (a \odot c)$; (ii) ...

17. WE SAY THAT ⟨термин⟩ IS ⟨название⟩ AND WRITE ⟨символ⟩.

We say that the set $\{x \in E : x \notin A\}$ *is the complement of* A *and write* $\bar{A} = E \setminus A$.

Говорят, что множество $\{x \in E : x \notin A\}$ является дополнением к A, его обозначают $\bar{A} = E \setminus A$.

18. BY DEFINITION, PUT ⟨формула⟩.

By definition, put

$$f'(x_0) = \lim(f(x_0 + h) - f(x_0))/h.$$

По определению полагаем

$$f'(x_0) = \lim(f(x_0 + h) - f(x_0))/h.$$

(D) Вычисления

При описании вычислений чаще всего используется штамп 4: WE HAVE ⟨**формула**⟩ или конструкции, в которых формула непосредственно следует за вводным выражением:

THEREFORE, ⟨формула⟩,
HENCE, ⟨формула⟩.

Вводные выражения можно варьировать; кроме двух указанных выше рекомендуется
now, but, whence, so, it follows that, however.

Кроме штампа 4 (WE HAVE), наиболее часто используются его варианты; в простейшем виде:

19. WE GET ⟨формула⟩

20. WE OBTAIN ⟨формула⟩.

Или в более сложных вариантах:

21. USING ⟨ссылка⟩, WE GET ⟨формула⟩.
Using Theorem 2.3, *we get* $W(x) = A^{-1} \circ B(x) \circ A$.
Используя теорему 2.3, мы получаем $W(x) = A^{-1} \circ B(x) \circ A$.
Using (2.1), (8.3), *and* (8.4), *we get* $X = \ldots$
Воспользовавшись (2.1), (8.3) и (8.4), получаем $X = \ldots$

Когда этот штамп приедается, можно пользоваться следующим.

22. TAKING INTO ACCOUNT ⟨ссылка⟩, WE OBTAIN ⟨формула⟩.
Taking into account Theorem 2.3, *we obtain* $W(x) = A^{-1} \circ B(x) \circ A$.
Используя теорему 2.3, мы получаем $W(x) = A^{-1} \circ B(x) \circ A$.

23. COMBINING ⟨список ссылок⟩, WE GET ⟨формула⟩.
Combining (12), (13), *and* (24), *we get ...*
Комбинируя (12), (13) и (24), получаем ...

24. COMBINING THIS WITH ⟨ссылка⟩, WE GET ...
Combining this with (21), *we get Lemma* 2.1.
Сопоставив это с уравнением (21), мы получаем лемму 2.1.

25. SUBSTITUTING ⟨ ⟩ FOR ⟨ ⟩ IN ⟨ ⟩, WE OBTAIN ...
Substituting $2x$ *for* u *in* (25), *we get ...*
Заменяя u на $2x$ в формуле (25), получаем ...

26. ADDING ⟨ ⟩ TO BOTH SIDES, WE GET ...
Adding $3\Delta^2$ *to both sides, we get ...*
Добавляя $3\Delta^2$ к обеим частям, получаем ...

27. SUBTRACTING ⟨ ⟩ FROM ⟨ ⟩, WE GET ...
Subtracting this integral from (2.1), *we obtain* ...
Вычитая этот интеграл из (2.1), получим ...

28. MULTIPLYING BOTH SIDES BY ⟨ ⟩, WE GET ...
Multiplying both sides by $T(y)$, *we get* ...
Умножив обе части на $T(y)$, получим ...

29. SUMMING ⟨ ⟩, WE OBTAIN ...
Summing (21), *and* (73), *we obtain* ...
Складывая равенства (21) и (73), получаем ...

30. INTEGRATING ⟨ ⟩ W.R.T.* ⟨ ⟩, WE GET ....
Integrating (3.1) *with respect to* x, *we get* ...
Differentiating (3.1) *w.r.t.* x, *we get* ...
Интегрируя (дифференцируя) (3.1) по x, получаем ...

31. INTEGRATING ⟨ ⟩ OVER ⟨ ⟩, WE GET ...
Integrating this expression over M, *we get* ...
Интегрируя это выражение по области M, получаем ...

32. FROM ⟨ ⟩, WE GET THE FOLLOWING ⟨ ⟩: ...
From Lemma 3, *we get the following estimate*: ...
Из леммы 3 получается следующая оценка: ...

(E) Алгебра

Здесь мало специфических штампов.

33. ⟨ ⟩ IS ISOMORPHIC TO ⟨ ⟩.
The tensor product $A \otimes B$ *is isomorphic to* W.
Тензорное произведение $A \otimes B$ изоморфно W.

34. LET ⟨ ⟩ BE ⟨ ⟩ WITH RESPECT TO ⟨ ⟩.
Let $GL(n)$ *be the algebra of* $n \times n$*-matrices w.r.t. matrix multiplication.*

Пусть $GL(n)$ — алгебра матриц размера $n \times n$ относительно матричного умножения.

* Сокращение *w.r.t.* часто используется вместо более подробного *with respect to*.

35. LET ⟨ ⟩ BE ⟨ ⟩ OVER ⟨ ⟩.

Let V be a finite-dimensional vector space over $\mathbb{C}$.

Пусть V — конечномерное векторное пространство над полем $\mathbb{C}$.

36. DEFINE THE ⟨ ⟩ OF TWO ⟨ ⟩ AS ⟨ ⟩.

Define the sum of two residues mod m *as the residue* mod m *of their ordinary sum.*

Определим сумму двух вычетов по модулю m как остаток по модулю m их обычной суммы.

37. THIS ⟨ ⟩ IS WELL DEFINED.

This residue is well defined.

Этот вычет определен корректно.

38. ⟨ ⟩ FORM A ⟨ ⟩ UNDER ⟨ ⟩.

Unitary matrices form a group under multiplication.

Унитарные матрицы образуют группу по умножению.

(F) Соответствия и отображения

39. DEFINE ⟨ ⟩ BY THE RULE ⟨ ⟩.

Define the map $\alpha\colon GL(n) \to \mathbb{R}^{n^2}$ *by the rule* $\|a_{ij}\| \mapsto (a_{11}, \ldots, a_{nn})$.

Определим отображение α по правилу $\|a_{ij}\| \mapsto (a_{11}, \ldots, a_{nn})$.

40. LET ⟨ ⟩ BE GIVEN BY ⟨ ⟩.

Let the mapping $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{R}$ *be given by* $f\colon z \mapsto 2|z|^2$.

Пусть отображение $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{R}$ задано следующим образом: $f\colon z \mapsto 2|z|^2$.

41. LET THE ⟨ ⟩ TAKE EACH ⟨ ⟩ TO ⟨ ⟩.

Let the map y take each z to $\sqrt{z}$, $\arg\sqrt{z} \leqslant \pi$.

Пусть отображение y переводит каждое число z в число $\sqrt{z}$, $\arg\sqrt{z} \leqslant \pi$.

42. LET ⟨ ⟩ BE THE ⟨ ⟩ FROM ⟨ ⟩ TO ⟨ ⟩ TAKING ⟨ ⟩ TO ⟨ ⟩.

Let φ be the map from A to X^2 taking $a \in A$ to $(j(a), 0) \in X^2$.

Пусть φ — отображение из A в X^2, переводящее $a \in A$ в $(j(a), 0) \in X^2$.

43. DENOTE BY $\langle \quad \rangle$ THE $\langle \quad \rangle$ THAT TAKES EACH $\langle \quad \rangle$ TO $\langle \quad \rangle$.

Denote by i_* the isomorphism that takes each $\{c\}$ to the class $\{i(c)\}$.

Обозначим через i_* гомоморфизм, переводящий каждый класс $\{c\}$ в класс $\{i(c)\}$.

44. THE $\langle \quad \rangle$ TAKES $\langle \quad \rangle$ TO $\langle \quad \rangle$.

The operator d/dx takes the function $f(x)$ to $f'(x)$.

Оператор d/dx переводит функцию $f(x)$ в $f'(x)$.

45. $\langle \quad \rangle$ UNDER THE $\langle \quad \rangle$ IS $\langle \quad \rangle$.

The preimage of 1 under the map $z \mapsto z^n$ is the set $e^{i2k\pi/n}$, $k = 0, \dots, n-1$.

Полный прообраз числа 1 при отображении $z \mapsto z^n$ состоит из точек $e^{i2k\pi/n}$, $k = 0, \dots, n-1$.

46. DENOTE BY $\langle \ \rangle$ THE RESTRICTION OF $\langle \ \rangle$ TO $\langle \ \rangle$.

Denote by $f|_A$ the restriction of f to $A \subset X$.

Обозначим через $f|_A$ ограничение f на $A \subset X$.

47. DENOTE BY $\langle \quad \rangle$ THE EXTENSION OF $\langle \quad \rangle$ TO $\langle \quad \rangle$ BY $\langle \quad \rangle$.

Denote by $\widetilde{\alpha}$ the extension of α to the entire space $\mathbb{R}^n$ by the identity on $\mathbb{R}^n \setminus X$.

Обозначим через $\widetilde{\alpha}$ продолжение отображения α на все пространство $\mathbb{R}^n$ посредством тождественного отображения на $\mathbb{R}^n \setminus X$.

48. LET $\langle \quad \rangle$ BE GIVEN BY $\langle \quad \rangle$ ON $\langle \quad \rangle$ AND BY $\langle \quad \rangle$ ON $\langle \quad \rangle$.

Let the map $f\colon A \cup B \to X$ be given by $f(a) = \varphi(a)$ on A and by $f(b) = \psi(b)$ on B.

Пусть отображение $f\colon A \cup B \to X$ задано формулой $f(a) = \varphi(a)$ на A и формулой $f(b) = \psi(b)$ на B.

(G) Геометрия и топология

Специфические конструкции, используемые в топологии, очень разнообразны. Я советую: 1) прочитать § 27; 2) прочитать и сделать выписки из статьи хорошего геометра или тополога по вашей специальности. Здесь я привожу лишь несколько образцов и замечаний.

49. ATTACH ( ) TO ( ) BY ( ).

Attach the cell C_ζ *to* X_n *by the map* $\zeta\colon D^{n+1} \to X_n$.

Приклеим клетку C_ζ к «остову» X_n посредством отображения $\zeta\colon D^{n+1} \to X_n$.

50. CUT OUT ( ) AND ATTACH ( ) ALONG ( ).

Cut out the disk D^2 *from* M *and attach a handle* H^2 *along an orientation-preserving homeomorphism* $h : \delta D^2 \to \delta H$.

Вырежем диск D^2 из M и приклеим ручку H^2 по сохраняющему ориентацию гомеоморфизму $h : \delta D^2 \to \delta H$.

51. PUT ( ) IN GENERAL POSITION WITH RESPECT TO ( ).

Put the smooth map φ *in general position w.r.t. the submanifold* $M^k \subset \mathbb{R}^n$.

Приведем гладкое отображение φ в общее положение относительно подмногообразия $M^k \subset \mathbb{R}^n$.

52. ( ) BOUNDS ( ) IN ( ).

The sphere S^{n-1} *bounds a disk* D^n *in the space* $\mathbb{R}^n$.

Сфера S^{n-1} ограничивает диск D^n в пространстве $\mathbb{R}^n$.

Заметим (в связи с примером 52), что слово *boundary* по-английски означает как «границу», так и «край» (омонимия!); слово же *edge* означает «ребро» (графа или полиэдра) и в смысле «край» (многообразия) никогда в математических текстах не используется. В этой же связи обратим внимание читателя на слово *span* (существительное и глагол), не имеющее аналога в русском языке и означающее (в глагольной форме) что-то вроде «натянуть на». Вот примеры его употребления.

53. ⟨ ⟩ SPANS ⟨ ⟩.

The disk Δ spans the curve γ.

Диск Δ натянут на кривую γ.

54. LET ⟨ ⟩ BE ⟨ ⟩ THAT SPANS ⟨ ⟩.

Let Δ be a singular disk that spans the curve γ.

Пусть Δ — сингулярный диск, натянутый на кривую γ.

Let L be the linear subspace that spans the vectors $e_1, \dots, e_k$.

Пусть L — линейное подпространство, натянутое на вектора $e_1, \dots, e_k$.

В заключение, три полезных штампа для топологов.

55. LET ⟨ ⟩ BE ⟨ ⟩ JOINING ⟨ ⟩ TO ⟨ ⟩.

Let $\alpha : [0, 1] \to X$ be a path joining a to b.

Пусть $\alpha : [0, 1] \to X$ — путь, соединяющий a и b.

Let F_t be a homotopy joining a to b.

Пусть F_t — гомотопия, соединяющая отображения a и b.

55. BY APPROPRIATELY MODIFYING ⟨ ⟩, WE CAN ASSUME THAT [ ].

By appropriately modifying the map f, we can assume that all singularities of f are canonical.

Последний штамп — для тех, кому проще нарисовать, чем объяснить словами:

55. THE CONSTRUCTION ⟨ of the map f ⟩ IS SHOWN IN [Fig. 5].

Приложение II

Список вводных выражений и идиом

Вводные выражения (или слова), подробно описанные в § 13, кратко можно определить как группы слов, которые ставятся в начале предложения, синтаксически не связаны с ним, но влияют на его семантику. Чаще всего используются *suppose* и *then*, которые обычно появляются последовательно (подряд в двух фразах). Приводимый ниже список организован в 26 групп семантически близких выражений.

Further, | Moreover, | Besides, | On the other hand, | Furthermore, | In addition, | Finally, | Also,

However | But | Nevertheless | At the same time | Now | On the other hand, | Still

Obviously, | Clearly, | Evidently, | Trivially, | It is obvious that | It is clear that | It is readily seen that

It is easy to prove that | It can be proved that | It is easily shown that | We see that | It follows easily that | It can easily be checked that | It is not hard to prove that

That is | In other words, | Equivalently, | This means that | In these terms, | In this notation, | In other notation,

Therefore | Hence | Whence | Thus | It follows that | This implies that | This yields that | Consequently*

In the converse case, | Otherwise | Conversely, | Assuming the converse,

Similarly, | In the same way, | For the same reason, | By the same argument, | As before, | As above, | Likewise,

---

* Если после одного из этих вводных выражений стоит выключная формула, она отделяется запятой

Let us prove that | Let us show that | We claim that | Let us check that | We shall prove that | We shall see that | We shall show that

By assumption, | By the inductive hypothesis, | By the inductive assumption, | Suppose inductively that, | By the previous statement,

By definition, | By construction, | By the above

We may assume that | It can be assumed that | Without loss of generality it can be assumed that | To be definite, assume that | For the sake of being definite, suppose | We can assume without loss of generality that | To be precise,

For example, | In particular, | Specifically, | As an example, | For instance,

Note that | Notice that | Let us remark that | Note also that | We stress that

First | Secondly | Thirdly | First we shall show that | Now we show that | Finally we shall show that

First note that | Now note that | Further note that | Finally note that

First let us prove that | Now let us prove that | Finally let us prove that

It can be shown in the usual way that | It follows in the standard way that | We already know that

In general, | Generally, | In the general case,

Here | In this case, | In our case,

Indeed, | In fact, | Namely | Actually

Recall that | Let us remember that

We have proved that | This proves that | This shows that | This argument shows that

The reader will easily prove that | The reader will have no difficulty in showing that

In this paper we prove that | In this section we show that

Arguing as above, we see that | Continuing this line of reasoning, we see that

В предыдущем списке приводятся слова и выражения, не образующие грамматически замкнутые конструкции: они нуждаются в продолжении. Нижеследующий же список состоит из замкнутых идиом, которые используются как цельные фразы без изменений и добавлений.

The proof is trivial.
The proof is omitted.
The proof is left to the reader.
The proof is straightforward.
The proof is by direct calculation.
The proof is by *reductio ad absurdum*.
Assume the converse.
The aim of this paper is to prove the following result.
Our main result is the following.
These results can be summarized as follows.
This paper is organized as follows.
We begin with definitions.
We begin with some notation.
First let us introduce some notation.
Now we introduce the following concept.
This completes the proof.
This concludes the proof.
This contradition concludes the proof.
This will be discussed elsewhere.
This will be the object of another paper.

Список конструкций с предлогами

Начнем со списка наиболее ходовых таких конструкций:
at the point x: в точке x,
replace x *by* y: заменить x на y,
substitute y *for* x: заменить x на y,
change x *to* y: заменить x на y,
x *belongs to* X: x принадлежит X,
X *depends on* α: X зависит от α,
a_n *tends to* ∞ *as* $n \to \infty$: a_n стремится к ∞ при $n \to \infty$,
extend f *to* X: продолжить f на X,
restrict f *to* $A \subset X$: ограничить f на $A \subset X$,
f *ranges over* X: f пробегает X,
polynomial in x: полином относительно x,
function of the variable x: функция переменной x,
system of equations: система уравнений.

Эти конструкции стоит запомнить. Дальнейшие примеры сгруппированы по английским предлогам
of, to, in, by, on, for, with, from, at, over, under, into, onto, along, as.

Возможно, читателю стоит выписать те конструкции, которые чаще всего встречаются в текстах по его специальности. Разумеется, при этом общематематические термины (которыми я здесь пытался ограничиться) можно заменять на их специальные конкретизации, (например, *map* $\to$ *epimorphism, set* $\to$ *variety, structure* $\to$ *metric* и т. п.); эти и подобные замены не влекут за собой изменений предлогов.

Ниже конструкции с предлогами сгруппированы «с английского на русский», т. е. по *английским* предлогам, в приблизительном частотном порядке: (1)=OF, (2)=TO,..., (15)=ALONG. Для удобства поиска часть этого списка затем представлена в обратную сторону, с русского на английский. Читателю следует иметь в виду, что систематическое изучение этой второй части – *вредно* (оно развивает «русскоязычное мышление» по отношению к английским предлогам), эту часть следует использовать только как справочный материал.

Вначале — наиболее употребительный в английском языке предлог *of*.

(1) **OF** [обычно переводится пустым символом + применением падежа «кого-чего»; иногда переводится предлогами *из, от, с, при* и др.]

a function of x: функция переменной x,
a solution of equation (2.1): решение уравнения (2.1)
(допустимо и *solution to* (2.1)),
the set of all x: множество всех x,
one of the sets: одно из множеств,
the class of functions: класс функций,
a subset of $\mathbb{R}^n$: подмножество пространства $\mathbb{R}^n$
(Осторожно: переводить «*a subset of* X» как «подмножество X» нельзя: по-русски это выражение имеет два разных смысла! Аналогичные предостережения относятся к другим примерам с *of*. В дальнейшем мы помечаем «угаданные» слова следующими кавычками: « »),
closure of X: замыкание «пространства» X,
neighborhood of x: окрестность «точки» x,
subdivision of M: подразделение «PL-многообразия» M,
the sum of a *and* b: сумма a и b,
the center of the circle: центр окружности,
an equation of order n: уравнение порядка n,
a system of equations: система уравнений,
a group of transformations: группа преобразований
(Допустимо и «*transformation group*», но не «*equation system*» и не «*point neighborhood*»; инверсии такого рода следует делать только если вы их встречали в натуральных текстах),

angle of rotation: угол поворота,
consists of all points: состоит из всех точек,
the mapping f *of* G: отображение f «области» G,
generalization of Theorem 2: обобщение Теоремы 2,
is independent of N: не зависит от N
(Однако: «*is dependent on*», а не «*of*»!),
transpose of the matrix: транспонированная матрица,
complex conjugate of z: «число», комплексно сопряженное с «числом» z.

Приведем несколько конструкций, где вместе с *of* используются еще и другие предлоги:

of dimension 2 *over* $\mathbb{C}$: размерности 2 над $\mathbb{C}$,
extension of φ *by the identity on* $\mathbb{R}^n \setminus A$: продолжение «отображения» φ тождественным на $\mathbb{R}^n \setminus A$,
circle of center O *and radius* R: окружность радиуса R с центром O,
coefficient of x^3 *in* $p(x)$: коэффициент при x^3 в $p(x)$,
rotation of F *about* x: вращение «фигуры» F около точки x
defined on all of X: определено на всем X,
take H *in place of* G: возьмем H в качестве G,
image of A *under* f: образ «множества» A при «отображении» f.

(2) **TO** [переводится очень разнообразно: падежом «кому-чему», предлогами *к, на, до, в, с* и др.]

x *belongs to* X: x принадлежит X,
change x *to* y: заменим x на y,
x *is equal to* y: x равен y,
(Допустимо и «x *equals* y», но категорически нельзя «x *equals to* y»!),
x *corresponds to* y: x соответствует y,
f *takes* x *to* y: f отображает x в y,
x^n *tends to* 0: x^n стремится к 0,
x *maps to* y: x отображается в y,

l_1 is parallel to l_2: l_1 параллельна(о?) l_2,
assign H_*M to each M: поставим в соответствие H_*M каждому M,
relative to the topology T: относительно топологии T,
l is tangent to S: l касается S,
all primes up to 97: все простые числа вплоть до 97,
attach a handle to M: приклеить ручку к M,
restrict the map f to N: ограничить отображение f на N,
extend the map f to W: продолжить отображение f на W,
12 *is relatively prime to* 25: 12 взаимно просто с 25.

Приведем примеры употребления *to* в сочетании с другими предлогами:

sum from 1 *to n*: сумма от 1 до n,
integrate from a to b: интегрируем от a до b,
f is a map of X to Y: f — отображение X в Y,
f is a map from X to Y: f является отображением из X в Y,
the application of the lemma to this situation: применение леммы к этой ситуации,
extend f to all of $\mathbb{R}^n$ by the identity: продолжим f на все $\mathbb{R}^n$ тождественным отображением,
the contribution of K to the ...: вклад K в ...

(3) **BY** [переводится падежом «кем-чем», предлогами *на, через, по, посредством*]

$H_*(X)$ is determined (defined) by X: $H_*(X)$ определяется «пространством» X,
denote $\pi_2(X,Y)$ by A: обозначим $\pi_2(X,Y)$ через A,
$\{x_n\}$ is majorized (bounded above) by x: $\{x_n\}$ ограничена сверху «числом» x,
f and g differ by $C=$ const: f и g отличаются на $C=\mathrm{const}$,
the homomorphism f_* induced by f: гомоморфизм f_*, индуцированный «отображением» f,
dividing (multiplying) by x: деля (умножая) на x,
φ is given by (2.3): φ получается из «формулы» (2.3),

X is generated by $e_1, \ldots, e_n$: X порождается «векторами» $e_1, \ldots, e_n$,

by construction (definition, assumption): по построению (определению, условию),

f is approximated by $\{f_n\}$: f аппроксимируется «последовательностью» $\{f_n\}$,

A is permuted by $\sigma \in S_n$: A переставляется «подстановкой» $\sigma \in S_n$,

Lemma 1 *is obtained (proved) by induction*: лемма 1 получается (доказывается) по индукции,

rotation by the angle $\pi/3$: поворот на угол $\pi/3$,

by putting (setting) $x = 1$: полагая $x = 1$,

by the theorem, ...: по теореме, ...

Далее несколько конструкций, где *by* появляется с другими предлогами:

extend f by the identity to f_1: продолжим «отображение» f тождественно до отображения f_1,

the extension of M by H: расширение «модуля» M посредством «модуля» H,

A is moved by finite number of shifts: A переносится конечным числом сдвигов,

X is mapped by f to Y: X отображается посредством f в Y.

(4) **IN** [переводится предлогами *в, относительно, по, от*, иногда падежом «кого-чего»]

x is contained in X: x содержится в X,

M lies (is embedded) in $\mathbb{R}^n$: M лежит (вложено) в $\mathbb{R}^n$,

a polynomial in x: полином относительно x,

A is everywhere dense in X: A всюду плотно в X,

X is compact in the weak topology: X компактно в слабой топологии,

in the case (ii), : в случае (ii),

in the space (group, ...): в пространстве (группе, ...),

A intersects B in a plane: A пересекает B по плоскости,

symmetry in the plane: отражение относительно плоскости,
represent in the form: представить в виде,
differentiation (integration) in t: дифференцирование (интегрирование) по t
(но лучше сказать *differentiation with respect to t*),
domain in $\mathbb{R}^n$: область в $\mathbb{R}^n$,
take x in place of y: возьмем x вместо y,
the multiplier in the second term: множитель второго члена.

Несколько конструкций, в которых *in* используется совместно с другими предлогами:

polynomial of degree n in the variables x, y: полином степени n от переменных x, y,
in transverse position with respect to M: трансверсально относительно «многообразия» M,
in the sense of distributions: в смысле обобщенных функций.

(5) **ON** [почти всегда переводится предлогом *на*, иногда *о, с, по, от*]

points on the curve: точки на кривой,
points on the boundary: точки на границе,
depends on: зависит от,
projection on: проекция в*,
the identity on: тождество на,
function on the domain: функция на области,
metric (topology, structure, ...) on: метрика (топология, структура, ...) на,
theorem on implicit functions: теорема о неявной функции (чаще говорится *theorem about*, а в данном случае *implicit function theorem*),
graph on n vertices: граф с n вершинами,
terms on the diagonal: члены, стоящие по диагонали.

---

* или *на*, но только в тех случаях, когда проекция не сюръективна (ср. предлог *onto*).

(6) **FOR** [почти всегда переводится предлогом *для*, иногда падежом «кого-чего», предлогами *при, относительно, к*]

boundedness condition for the function: условие ограниченности для функции,
a basis for the space: базис пространства,
solved for y': разрешенное относительно y',
the inverse for f: обратное к f
(чаще говорится *the inverse of* f),
the problem for H_*: задача для H_*,
X_n *is compact for all* n: X_n компактно для всех n,
substitute x *for* y *in* (2.1): заменим y на x в (2.1)
(это можно сказать и так: *replace* y *by* x *in* (2.1); обратите внимание на порядок букв x и y!).

(7) **OVER** [переводится предлогами *над, по, на*, падежом «кого-что»]

f *ranges over* $\operatorname{Im} f$: f пробегает $\operatorname{Im} f$,
n *runs over all even integers*: n пробегает все четные числа,
integrating over M: интегрируя по M,
vector space over $\mathbb{R}$: векторное пространство над $\mathbb{R}$,
summing over all n: суммируя по всем n,
cone over X: конус над X,
affine scheme over F: аффинная схема на F,
fibration (*bundle*) *over* B: расслоение над B,
module over the ring $\mathbb{Z}$: модуль над кольцом $\mathbb{Z}$,
linearly independent over $\mathbb{R}$: линейно независимы над полем $\mathbb{R}$,
continuons over all of X: непрерывна на всем X.

(8) **UNDER** [переводится предлогами *при, под, по*]
under the action of G: под действием G,
under the condition: при условии,
group under multiplication: группа по умножению,
under the map (*morphism, ...*): при отображении (морфизме, ...),
invariant under shifts: инвариантно при сдвигах.

Under вместе с другими предлогами:

X projects on X under p: X проектируется на X при «отображении» p,
a maps to b under f: a отображается в b при отображении f,
the image of X under f: образ «пространства» X при «отображении» f.

(9) **FROM** [переводится предлогами *из*, *от*]
follows from: следует из,
subtracting from: вычитая из,
moving away from the point: двигая от точки,
bounded from above: ограничено сверху,
determined from the initial data: определенное из начальных данных,
functions from the space: функции из пространства.

From с другими предлогами:

at the distance of h from X: на расстоянии h от X,
integrate from a to b: интегрируем от a до b.

(10) **WITH** [переводится падежом «кем-чем», предлогами *с*, *на*]

equipped with a metric: снабженное метрикой,
supplied with a norm: снабженное нормой,
coincides with: совпадает с,
identified with: отождествленный с,
put into correspondence with the group: поставить в соответствие с группой,
angle of 60° with the plane: угол 60° с плоскостью,
take the product with X: взять произведение на X,
intersection of M with N: пересечение M с N,
arcs with small diameters: дуги малых диаметров,
subspaces with finitely many components: подпространства с конечным числом компонент,

fibration with fiber F and base B: расслоение со слоем F и базой B.

(11) **AS** [переводится предлогами *при, как*, выражениями *в виде, в качестве*]

as $n \to \infty$: при $n \to \infty$,
regarded as a function: рассматриваемая в качестве функции,
considered as a function: рассматриваемая как функция,
viewed as a function: рассматриваемая как функция,
expressed as: выраженная в виде.

(12) **AT** [переводится предлогами *в, на*]

at the point: в точке,
at time t: в момент времени t,
at infinity: на бесконечности, в бесконечности,
has at most two solutions: имеет не более двух решений.

(13) **INTO** [переводится предлогами *в, на*]

decomposition into the product: разложение в произведение,
divided into two classes: разбито на два класса,
partitioned into: разбито на.

(14) **ONTO** [переводится предлогом *на*]
употребляется только тогда, когда нужно подчеркнуть, что рассматривается сюръективное отображение:

the homeomorphism of $(0, 1)$ onto $\mathbb{R}$: гомеоморфизм интервала $(0, 1)$ на все $\mathbb{R}$,
the projection $(x, y) \mapsto (x, 0)$ of $\mathbb{R}^2$ onto the x-axis: проекция $(x, y) \mapsto (x, 0)$ плоскости $\mathbb{R}^2$ на ось абсцисс.

Обратите внимание, что выражение *projection on*, как правило, используется, когда проекция не сюръективна.

(15) **ALONG** [переводится словами *вдоль, по направлению*, изредка падежом «кем-чем»]

x moves along the curve: x двигается вдоль кривой,

$\vec{v}$ is directed along ... : $\vec{v}$ направлен вдоль ... ,
derivation along $\vec{v}$: производная по направлению $\vec{v}$,
pullback along the projection*: отображение, индуцированное проекцией.

А теперь выпишем все это в обратном порядке, т. е. с русского на английский. Начнем с падежей.

(1) РОДИТЕЛЬНЫЙ ПАДЕЖ («кого-чего»)

[обычно переводится предлогом OF, реже TO]
класс функций: *class of functions*,
функция переменной x: *a function of x*,
окрестность точки x: *a neighborhood of x*
(другие примеры см. на OF, стр. 113),
l касается S: *l is tangent to S*,
относительно метрики: *with respect to the metric*,
дуги малых диаметров: *arcs with small diameters*
(или) *arcs of small diameter*.

(2) ДАТЕЛЬНЫЙ ПАДЕЖ («кому-чему»)

[обычно переводится предлогом TO]
x принадлежит X : *x belongs to X*,
y соответствует x : *y corresponds to x*.

(3) ВИНИТЕЛЬНЫЙ ПАДЕЖ («кем-чем»)

[обычно переводится предлогом BY, реже WITH]
H_*X определяется пространством X : *H_*X is determined by the space X*,
$\{a_i\}$ ограничено числом M : *$\{a_i\}$ is bounded by M*,
снабженное метрикой : *equipped with a metric*,
продолжение f тождеством вне X : *extention of f by the identity outside X*,

* Фундаментальное (топологическое и обще-категорное) понятие *pullback* почему-то не имеет общеупотребительного перевода на русский язык; перевод «индуцированное отображение» неадекватен.

гомоморфизм, индуцированный f : *the homomorphism induced by* f.

(4) **В** [обычно переводится предлогом IN, а также INTO, TO, BY, ON]

x содержится в X : x *is contained in* X,
f отображает X в Y : f *maps* X *into* Y,
f отображает x в y : f *takes* x *to* y,
в случае II : *in case II*,
представить в виде : *represent in the form*.

(5) **НА** [обычно переводится предлогом ON, а также TO, реже ONTO, INTO, BY]

точки на кривой : *points on the curve*,
метрика на пространстве : *metric on the space*,
заменить на : *replace by*,
поворот на угол α : *rotation by the angle* α,
отображение на все Y : *map onto* Y,
продолжение на X : *extention to* X,
ограничение f на A : *restriction of* f *to* A,
разбить на два класса : *partition into two classes*.

(6) **ДЛЯ** [обычно переводится предлогом FOR]

задача для когомологий : *the problem for cohomology*,
G_n – абелева для всех n : G_n *is abelian for all* n.

(7) **НАД** [обычно переводится предлогом OVER]

конус над X : *cone over* X,
расслоение над B : *fiber bundle over* B,
модуль над кольцом : *module over the ring*.

(8) **ПРИ** [переводится очень разнообразно: AS, AT, FOR, UNDER]

$a_n \to 0$ при $n \to \infty$: $a_n \to 0$ *as* $n \to \infty$,
образ при отображении : *image under the map*,

при условии : *under the condition*,
f определено при $x > 0$: *f is defined for $x > 0$*,
коэффициент при x^3 : *the coefficient at x^3*.

(9) **ИЗ** [обычно переводится предлогами FROM и OF]

отображение из X в Y : *map from X to Y*,
вычитая из : *substracting from*,
состоит из точек : *consists of (the) points*,
одно из множеств : *one of the sets*.

(10) **С** [обычно переводится предлогом WITH, реже TO, ON]

угол с прямой : *angle with the line*,
совпадает с : *coincides with*,
взаимно просто с : *relatively prime to* или *coprime to*,
graph с n вершинами : *graph on n vertices*.

Образец математического текста

Ниже приводится пример простейшего (с точки зрения языка) английского математического текста, демонстрирующего постоянное использование наиболее ходовых штампов. Этот текст возник в Минске, когда автор читал лекции для студентов-второкурсников Колледжа Софуса Ли, одновременно изучающих английский язык и математику. Он был записан и издан самими студентами в порядке обучения еще одной премудрости – набору в TeX'е.

§ 1. Preliminaries

Let $\mathbb{R}^2$ be the coordinate plane Oxy.

Definition 1. A map $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ is *bijective* if

(1) $u_1 \neq u_2 \Longrightarrow F(u_1) \neq F(u_2)$ and
(2) for any $u \in \mathbb{R}^2$ there exists a $v \in \mathbb{R}^2$ such that $F(v) = u$.

For any bijective map F there exists an inverse map F^{-1}; here

$$u = F^{-1}(v) \text{ iff } F(u) = v.$$

Definition 2. A bijective map $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ is a *homeomorphism* (or a *topological equivalence*) if F and F^{-1} are continuous.

Suppose $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ is a map. Then the *coordinate expression* of F is

$$F = \{F_1, F_2\}, \quad F_1 = F_1(x, y), \quad F_2 = F_2(x, y);$$

here F_1 and F_2 are real-valued functions on $\mathbb{R}^2$, and the real numbers $F_1(x, y)$, $F_2(x, y)$ are the x-coordinate and the y-coordinate of the point

$$F(u) = (F_1(x, y),\ F_2(x, y)) \in \mathbb{R}^2,$$

where $u = (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Definition 3. A homeomorphism $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ is a *diffeomorphism* if the coordinate functions F_1, F_2 are infinitely differentiable.

Definition 4. The map F is *linear* if the coordinate expression of F is of the form

$$F_1 = ax + by, \qquad F_2 = cx + dy,$$

where $a, b, c, d \in \mathbb{R}^2$. The table of numbers

$$[F] = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

is the *matrix* of the linear map F.

Lemma. *A linear map $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ is bijective iff*

$$\det[F] = ad - bc \neq 0.$$

The proof is elementary.

Remark. Actually, the space $\mathbb{R}^2$ is a two-dimensional vector space V^2; the vectors $v \in V^2$ are of the form $v = \overrightarrow{ou}$, where $u \in \mathbb{R}^2$ and $o \in \mathbb{R}^2$ is the origin. In the sequel, $\mathbb{R}^2$ and V^2 are often identified.

Definition 5. A map $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ (or $F : \mathbb{R}^2 \to V^2$) is *smooth* if the coordinate functions F_1, F_2 are infinitely differentiable.

§ 2. Vector fields on $\mathbb{R}^2$ and associated differential equations

Definition 6. A *vector field* on $\mathbb{R}^2$ is a smooth map $v : \mathbb{R}^2 \to V^2$. Suppose u is a point of $\mathbb{R}^2$; then the *representation** of the vector field v at the point u_0 is the vector $\overrightarrow{u_0 u_1} = v(u_0)$; note that the origin of the representation at u_0 is the point u_0 (not the origin of coordinates $o \in \mathbb{R}^2$).

Example 1. Let the vector field v be the constant map

$$v : \mathbb{R}^2 \to \{1, -2\} \in V^2.$$

Then the representation of the vector field v consists of equal parallel vectors.

[Здесь, разумеется, была нарисована картинка.]

Example 2. Let the vector field v be the map

$$v : \mathbb{R}^2 \to V^2, \qquad (x, y) \mapsto \{y, -x\}.$$

Then the representation of the field v has the form ... [рисуется картинка].

---

* Здесь «representation» переводится как «изображение».

Ответы к упражнениям

Разумеется, в случае перевода или пересказа предлагаемые ответы — обычно не единственно правильные.

Внимательный читатель наверно заметил, что математическое содержание отдельных фраз, предназначенных для перевода, — довольно сомнительное. Это обстоятельство обусловлено странным чувством юмора автора.

Упражнение 1. См. стр. 11–12

Упражнение 2.

1) Let x be a point of the plane.
2) Consider the hyperplane in $\mathbb{R}^n$ which contains the points $a_1, \dots, a_k$. [Вместо *which* лучше *that*, см. § 16*.]
3) At the point $x = x_0$ the sequence $\{f_n(x)\}$ tends to zero as $n \to \infty$.
4) We can prove this conjecture only for selfadjoint operators. [Здесь *hypothesis* вместо *conjecture* — ошибка!]
5) Let us apply Maslov's complex phase method.
6) The set X is compact. Или: X is a compact set.
7) In this situation, the lattice method for finding approximate solutions of second order partial differential equations of quasihomogeneous type can be generalized to the case of equations (3.7).
8) Assume that the group G is solvable.

Упражнение 4.

Suppose $k : S^1 \to \mathbb{R}^3$ is a smooth knot. Denote by Φ the map $S^1 \to G(1,3)$ such that for any point $s \in k(S^1)$ the image $\Phi(s)$ is the line parallel to the tangent to $k(S^1)$ at the point s. Denote by σ the element of $\pi^1(G(1,3))$, where σ is generated by the path $\Phi(k(S^1))$. Suppose this element is nontrivial.

Упражнение 5.

Случайная величина — термин,
измеримая — характеристика,
σ-алгебра — термин,
Теорема 2 — ссылка,
неравенством — термин,
вероятностное пространство — термин,
случайные величины — термин.

Упражнение 6.

Поле вычетов $\mathbb{Z}_5$ — объект,
значение функции — объект,
степенной ряд — понятие,
функция $w = 1/\bar{z}$ — объект,
инверсия — понятие.

1) The residue field $\mathbb{Z}_5$ is not algebraically closed.
2) The value of the function $f(z) = 1/(iz)$ for $z = 2$ is purely imaginary.
3) A power series of the form $\sum a_n x^n$ can diverge.
4) The function $w = 1/\bar{z}$ generates an inversion.

Упражнение 7.

For any ⟨ понятие ⟩ there exists a ⟨ понятие ⟩.
Denote by ⟨ символ ⟩ any ⟨ понятие ⟩.
Any ⟨ понятие ⟩ is called ⟨ характеристика ⟩.

Упражнение 9.

The trasformation $z = x^{-7/8}$ reduces equation (2) to the form (6); this transformations reduces the solution of (2) to the form (8); here a is the gauge coefficient; a is chosen so that the constant C in equation (6) is equal to 1.

The zeros of the function $D(p)$ have no limit points on the real axis. The set of zeros of the function $D(p)$ is bounded. This set has no other limit points. Therefore this set is finite.

Suppose W is a topological space. Denote by $\mathcal{O}(W)$ the class of all open subsets of W. Further, denote by $\mathcal{O}_1(W)$ the class of all open subsets U of W such that if $x \in U$, then there exists a neighborhood V of x for which $\overline{V} \subset U$.

Упражнение 10.

In § 5 we construct classifying spaces by choosing subsets of $B(\mathbb{Z}, n)$.
To define dimension, let us introduce a filtration in R.
Proof. *или* Proof of Theorem 2.1.

Упражнение 11.

The elements $h_1, \ldots, h_k$ generate a subgroup $H \subset G$.

Suppose M is a submanifold of $\mathbb{C}P^n$ of codimension k such that the homology of M in the middle dimention is of maximal rank. (Топологи наверняка заметят – такого подмногообразия не существует, по крайней мере если последнюю фразу понимать буквально. Кстати, пересказ русского текста с помощью простейших английских штампов часто помогает выявлять математические ошибки.)

Suppose S is the sum of this series; it exists by (2).

Упражнение 12.

In § 6 we construct injective resolvents of Grothendieck type for these exact sequences.
Second order Monge—Ampère equations have solutions in quadratures.
Denote by G the Grassmann supermanifold of generalized frames.
Admissible classes of complexes for abelian groups of finite rank are defined similarly.
A. A. Kirillov's orbit method may be used to classify algebras of functions of bounded variation. (При прямом пословном переводе этой фразы получается шесть *of*!)